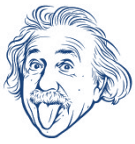


مقدمه :

حرکت شناسی یا سینماتیک جزء اون فصلاییه که از نظر بیشتر بچه ها یه جوریه ... میگن تـــه ش خفنه ... نمیشه سوالا شو حل کرد ... کلن حال نمیده و سخته ... !!! ولی به نظر من برای اینکه شما هم مثل بقیه ی بچه ها با این فصل برخورد نکنین و بی خیال تـــه ش تو کنکور نشین باید دیدتونو به این فصل عوض کنین ... به خدا، به پیر، به پیغمبر، به هر کی که قبولش دارین این فصل فوق العاده فصل باحال و جیگریه و میشه به راحتی تـــه شو زد ... فقط طرز فکرتونو در مورد این فصل عوض کنین لدفن !!! اگه این کارو کنین و طبق برنامه ای که بهتون میگم تـــه شو بزنین قول میدم به راحتی تـــه شو تو ی کنکور میزنین و میترکونین ... پس اول طرز فکرتونو در مورد این فصل کاملا عوض کنین و در حد کافی و بوندس لیگا و مثل بنز باید تمرین حل کنین و تـــه بزنین ... یه چیزه مهمه دیگه هم که باید بگم اینه که قبل از اینکه این فصلو بخونین یه نگاهی به مبحث بردار بندازین ... تو ی بعضی از قسمتای این فصل باهاش سروکار داریم ... و اسه ی اینکه مفاهیم و استون خوب جا بیفته، باید با یه سری تعریف و اصطلاح آشنا بشین بچه ها ، تعریف ... تعریف ، بچه ها ... خوشبختم ... خوشبختم ... !!! خب دیگه بیشتر از این منتظرتون نمیذارم ... بریم ببینیم سینماتیک چی میگه؟؟!!

حرکت شناسی (سینماتیک) :

بخشی از علم مکانیک است ، که درباره‌ی حرکت جسم بدون در نظر گرفتن علت آن صحبت می‌کند .

مختصات :

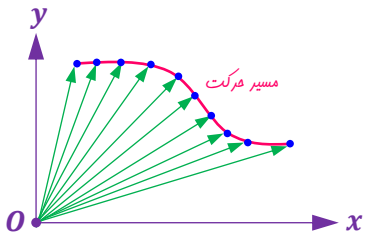
برای حل مسائل و بررسی حرکت جسم باید یک دستگاه مختصات انتخاب کنیم . اگر حرکت روی خط راست و در راستای افق باشد ، محور xها و اگر حرکت روی خط راست و در راستای قائم باشد ، محور yها و اگر حرکت در صفحه باشد ، دستگاه $x-y$ و اگر حرکت در فضا باشد دستگاه $x-y-z$ را در نظر می‌گیریم .

البته در فیزیک دوازدهم فقط به بررسی حرکت روی خط راست می‌پردازیم و حرکت در صفحه و فضا بررسی نمی‌شود .

حرکت :

هرگاه مختصات جسمی نسبت به یک مبدا بر حسب زمان تغییر کند ، می‌گوییم جسم نسبت به آن دستگاه در حال حرکت است .

دقت شود که حرکت و سکون مفاهیمی نسبی‌اند . بدین معنا که ممکن است ، یک جسم نسبت به مبدا ساکن و نسبت به مبدا دیگر دارای حرکت باشد . برای مثال ، شخص ساکن روی پله برقی نسبت به دستگاه مختصات متصل به آن پله ساکن ولی نسبت به دستگاه مختصات متصل به زمین دارای حرکت است . اگر بخواهیم نمونه‌ی دیگری را مثال بزنیم می‌توان شخص ساکن روی زمین را در نظر گرفت که نسبت به دستگاه مختصات متصل به زمین ساکن ولی نسبت به دستگاه مختصات متصل به خورشید دارای حرکت است .



مسیر حرکت :

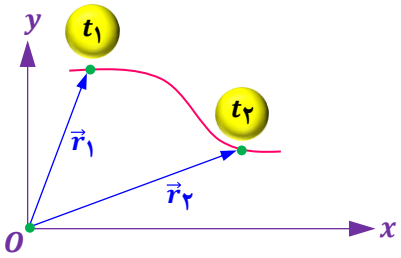
مکان هندسی نقاطی است که متحرک از آن‌ها می‌گذرد . به عبارت دیگر ، مسیر حرکت ، مکان هندسی نقاطی است که از تغییرات انتهای بردارهای مکان حاصل شده است .

مسیر حرکت می‌تواند خط راست ، دایره و یا هر شکل دیگری باشد .

مبدأ مکان :

نقطه‌ای است که وضعیت متحرک در هر لحظه نسبت به آن سنجیده می‌شود . مبدأ مکان نقطه‌ای است اختیاری و این نقطه لزوما نقطه‌ی شروع حرکت نیست .

بردار مکان :

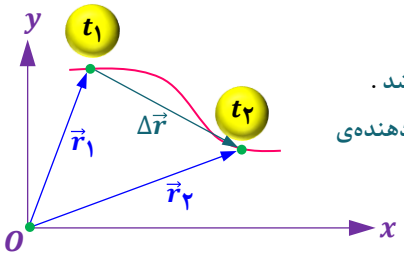


برداری است که موقعیت متحرک را در هر لحظه نسبت به مبدأ مشخص می‌کند .

به عبارت دیگر ، بردار مکان برداری است که ابتدای آن مبدأ مختصات و انتهای آن مکان جسم است . بردار مکان را با $\vec{r}$ نمایش می‌دهند . در شکل مقابل ، $\vec{r}_1$ و $\vec{r}_2$ بردار مکان ذره در لحظه‌های t_1 و t_2 است .

➤ نکته : بردار مکان هر ذره تابع زمان است ($\vec{r} = f(t)\vec{i} + g(t)\vec{j}$) .

بردار تغییر مکان یا جابجایی :

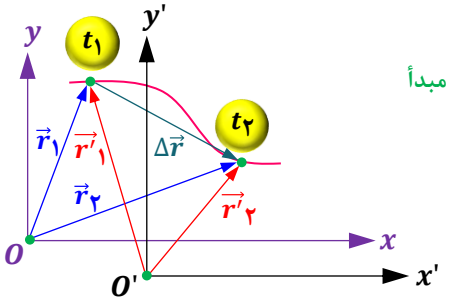


☑ برداری است که ابتدای آن مکان اولیه‌ی جسم و انتهای آن مکان نهایی جسم باشد .

☑ برداری است که مکان اولیه‌ی متحرک را به مکان ثانویه ی آن وصل کند و نشان‌دهنده‌ی تغییر موقعیت جسم نسبت به مبدأ مختصات است .

☑ برداری است که از تفاضل برداری مکان‌های ثانویه و اولیه بدست می آید .

$$\vec{d} = \Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$



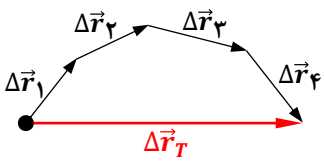
➤ نکته : جابجایی مستقل از مسیر طی شده است و به شکل مسیر و انتخاب مبدأ بستگی ندارد .

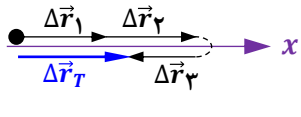
➤ نکته : جابجایی تنها به مکان اولیه و مکان ثانویه‌ی جسم بستگی دارد .

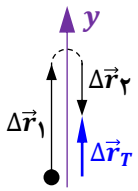
➤ نکته : بردار مکان به مبدأ مختصات یا دستگاه بستگی دارد .

➤ نکته : بردار تغییر مکان به مبدأ مختصات بستگی ندارد .

➤ نکته : اگر متحرکی جابجایی های متوالی داشته باشد ، جابجایی کل آن برابر جابجایی‌های انجام شده است و اگر حرکت یک بعدی باشد (فقط حرکت روی محور xها یا فقط روی محور yها باشد) ، این برآیند همان جمع جبری خواهد بود .





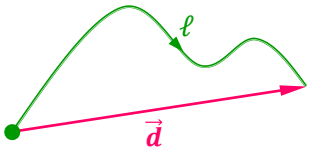


➤ نکته : اگر جابجایی جسمی صفر باشد یا جسم حرکت نکرده یا حرکت کرده ولی به مکان اولیه اش برگشته است .

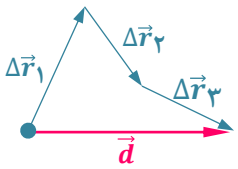
مسافت :

طول مسیر طی شده توسط متحرک را مسافت می‌نامند . مسافت کمیتی نرده‌ای و مثبت است که به شکل مسیر طی شده بین دو نقطه بستگی دارد و آن را با نماد ℓ نمایش می‌دهیم .

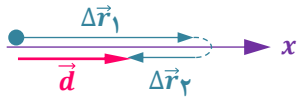
نکته : در حرکت بر مسیر منحنی و در حرکت روی خط راست ، اگر متحرک تغییر جهت ندهد ، $\ell = |\vec{d}|$ و اگر تغییر جهت دهد ، $\ell > |\vec{d}|$ خواهد بود .



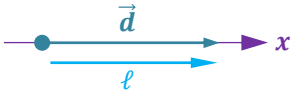
$\ell =$ طول مسیر منحنی $> |\vec{d}|$



$\ell = |\Delta\vec{r}_1| + |\Delta\vec{r}_2| + |\Delta\vec{r}_3| > |\vec{d}|$



$\ell = |\Delta\vec{r}_1| + |\Delta\vec{r}_2| > |\vec{d}|$



$\ell = |\vec{d}|$

مقایسه و جمع بندی جابجایی (تغییر مکان) با مسافت طی شده :

- جابجایی کمیتی است برداری ولی مسافت کمیتی است عددی (نرده‌ای) .
- جابجایی می‌تواند منفی ، مثبت و یا صفر باشد اما مسافت طی شده همواره مثبت است . (در صورت انجام حرکت)
- جابجایی به مسیر حرکت بستگی ندارد اما مسافت طی شده به مسیر حرکت بستگی دارد .
- برای محاسبه‌ی جابجایی ، تنها فاصله ی بین نقاط ابتدایی و انتهایی را محاسبه می‌کنیم اما برای محاسبه ی مسافت طی شده باید تک تک طول های پیموده شده را با علامت مثبت با یکدیگر جمع کنیم .

مثال های آموزشی

۱ــ با تغییر مبدأ مختصات، کدام یک از کمیت‌های زیر تغییر می‌کند؟ قلم چی- ۱۳۹۵

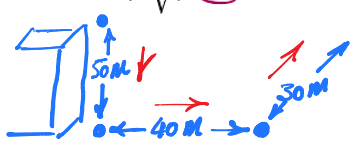
۱) جابه‌جایی ۲) سرعت ۳) شتاب ۴) مکان

۲ــ درحرکت بر روی خط راست، بردارهای جابجایی در بازه‌های زمانی متفاوت، از نظر راستا و سو نسبت به هم چه وضعیتی دارند؟ قلم چی- ۱۳۹۴

۱) همواره هم‌راستا و هم‌سو هستند.
۲) همواره هم‌راستا بوده ولی ممکن است هم‌سو نباشند.
۳) همواره هم‌سو بوده ولی ممکن است هم‌راستا نباشند.
۴) بسته به محل مبدأ مکان، هر سه گزینه ممکن است صحیح باشد.

۳ــ پرنده‌ای که روی لبهٔ ساختمان بلندی به ارتفاع ۵۰ متر نشسته بود، ابتدا پرواز کرده و به پای ساختمان می‌رسد. سپس ۴۰ متر به سمت مشرق حرکت می‌کند و در نهایت ۳۰ متر به سمت شمال می‌رود. جابه‌جایی کل این پرنده چند متر است؟ خارج از کشور- ۱۳۹۷

۱) ۱۲۰ ۲) $۵۰\sqrt{۲}$ ۳) ۵۰ ۴) $۴۰\sqrt{۲}$



همونطوری که می‌دونید ، برای کنکور باید حرکت روی خط راست رو بررسی کنیم ... به حرکت روی خط راست میگن « حرکت یک بُعدی » . اگه حرکت تووی صفحه باشه ، اسمش میشه « حرکت دو بُعدی » و « حرکت دو بُعدی » مخصوص نظام قدیمیاس ... فعلن میریم سراغ حرکت یه بُعدی ... !!!

حرکت در یک بُعد (حرکت روی خط راست) :

اگر متحرک فقط روی محور xها یا فقط روی محور yها حرکت کند ، حرکت متحرک را حرکت یک بُعدی می‌نامند .

معادله‌ی مکان - زمان :

تابعی است که در هر لحظه ، مکان جسم را مشخص می‌کند .

$$x = f(t) \quad \text{یا} \quad y = f(t)$$

نمودار مکان - زمان :

اگر معادله‌ی مکان - زمان را در دستگاه مختصات $x - t$ رسم کنیم ، نمودار مکان - زمان بدست می‌آید و برای توصیف حرکت یک جسم به کار می‌رود . با استفاده از این نمودار می‌توان دریافت که متحرک در هر لحظه در چه مکانی قرار دارد و جابجایی آن بین هر دو لحظه چقدر است .

سرعت متوسط :

تحلیل فیزیکی :

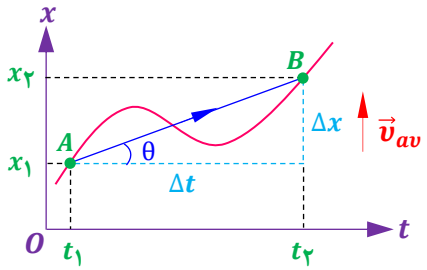
جابجایی (تغییر مکان) متحرک در واحد زمان را سرعت متوسط می‌گویند .

$$\vec{v} = \vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t}$$

نکته : رابطه‌ی فوق یک رابطه‌ی کلی است و در هر شرایطی می‌توان از آن استفاده کرد .

تحلیل هندسی :

شیب خط واصل بین دو نقطه از نمودار مکان - زمان برابر سرعت متوسط است .



$$\vec{v} = tg\theta$$

نکته : بردار سرعت متوسط همواره با بردار تغییر مکان (جابجایی) هم‌جهت و هم‌راستا است .

نکته : سرعت متوسط کمیتی است برداری و یکای آن در SI متر بر ثانیه (m/s) است .

بازه‌ی زمانی :

مدت زمان بین دو لحظه را بازه‌ی زمانی می‌نامند .

تعیین بازه‌های زمانی :

بعد (پس) از n ثانیه ، بازه ی زمانی بین $t_1 = 0$ و $t_2 = ns$ است . مثلاً بعد از ۴ ثانیه ، بازه ی زمانی بین $t_1 = 0$ و $t_2 = 4s$ است .

در ثانیه‌ی nام ، بازه‌ی زمانی بین $t_1 = (n-1)s$ و $t_2 = ns$ است . مثلاً ثانیه‌ی سوم ، بازه‌ی زمانی بین $t_1 = 2s$ و $t_2 = 3s$ است .

چهار ثانیه‌ی سوم ، بازه‌ی زمانی بین $t_1 = 8s$ و $t_2 = 12s$ دو ثانیه‌ی دهم ، بازه‌ی زمانی بین $t_1 = 18s$ و $t_2 = 20s$ است .

در لحظه‌ی $t = ns$ ، بازه‌ی زمانی وجود ندارد و فقط در یک لحظه است . مثلاً در لحظه‌ی $t = 4s$.

سرعت لحظه‌ای :

تحلیل فیزیکی :

آهنگ تغییر مکان جسم را سرعت لحظه‌ای می‌نامند .

تغییر مکان یا جابجایی در بازه‌ی زمانی بسیار کوچک (در یک لحظه) ، سرعت لحظه‌ای نامیده می‌شود .

حد سرعت متوسط ، هنگامی که تغییرات زمان به سمت صفر میل کند ، سرعت لحظه‌ای نام دارد .

مشتق مکان در واحد زمان را سرعت لحظه‌ای می‌نامند .

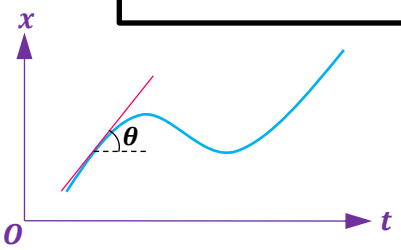
$$v_y = \lim_{\Delta t \to 0} v_{av} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{dy}{dt}$$

$$v_x = \lim_{\Delta t \to 0} v_{av} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

تحلیل هندسی :

شیب خط مماس بر نمودار مکان – زمان برابر سرعت لحظه‌ای است .

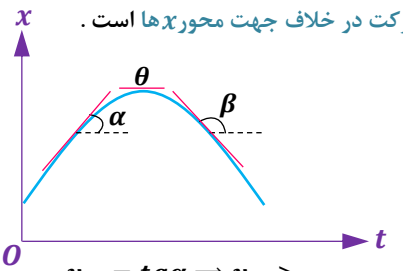
$$v_x = tg\theta$$



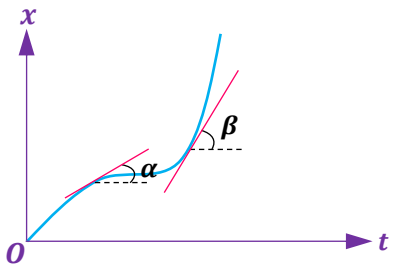
نکته : برای تبدیل متر بر ثانیه (m/s) به کیلومتر بر ساعت (km/h) و برعکس باید به شکل زیر عمل کرد :

$$\frac{km}{h} \xrightarrow{\div 3/6} \frac{m}{s} \qquad \frac{km}{h} \xleftarrow{\times 3/6} \frac{m}{s}$$

نکته : هر چه شیب مماس بر نمودار مکان – زمان با گذشت زمان بیشتر شود ، بزرگی سرعت لحظه‌ای متحرک بیشتر می‌شود و برعکس . اگر شیب مماس مثبت باشد ، سرعت مثبت و حرکت در جهت مثبت محور xها و اگر شیب مماس منفی باشد ، سرعت منفی و حرکت در خلاف جهت محورxها است .



$$v_{1x} = tg\alpha \Rightarrow v_{1x} > 0$$
$$v_{2x} = tg\theta \Rightarrow v_{2x} = 0$$
$$v_{3x} = tg\beta \Rightarrow v_{3x} < 0$$



$$v_{1x} = tg\alpha$$
$$\beta > \alpha \Rightarrow v_{2x} > v_{1x}$$
$$v_{2x} = tg\beta$$

تندی متوسط :

نسبت مسافت به زمان را تندی متوسط می‌نامند .

نکته : تندی متوسط کمیتی است نرده‌ای و واحد آن در SI ، متر بر ثانیه (m/s) است .

$$\bar{s} = s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}$$

تندی لحظه‌ای :

تندی متحرک در هر لحظه از زمان را تندی لحظه‌ای می‌نامند .

نکته : عقربه‌ی تندی سنج خودرو فقط و فقط تندی لحظه‌ای خودرو را نشان می‌دهد .

نکته : واژه‌ی « لحظه » در فیزیک به هیچ وجه طول نمی‌کشد و به یک تک مقدار از زمان اشاره دارد .

آقا سرعت متوسط چه فرقی با تندی متوسط داره؟

همونطوری که از فرمولشون معلومه به نسبت جابجایی به زمان جابجایی سرعت متوسط می گن وبه نسبت مسافت طی شده به همون زمان تندی متوسط می گن .

آقا سرعت لحظه‌ای چه فرقی با تندی لحظه‌ای داره؟

تندی لحظه‌ای صرفا یه عدده ولی سرعت لحظه‌ای همون عدد همراه با جهت حرکت متحرکه ... اگه بخوام به بیان دیگه‌ای بگم اینجوری می‌شه گفت که اگه هنگام گزارش تندی لحظه‌ای به جهت حرکت هم اشاره بشه در واقع سرعت لحظه‌ای رو بیان کردیم .

مثال های آموزشی

۴ــ مسافت، جابه‌جایی، سرعت متوسط و تندی متوسط به ترتیب از راست به چپ چه نوع کمیتی هستند؟ تالیفی- ۱۳۹۸

۱) نرده‌ای - برداری - نرده‌ای - برداری
۲) برداری - نرده‌ای - برداری - برداری
۳) نرده‌ای - برداری - برداری - نرده‌ای
۴) برداری - نرده‌ای - نرده‌ای - برداری

۵ــ تندی متحرکی ثابت است. در این صورت می‌توان گفت: گزینه ۲- ۱۳۹۷

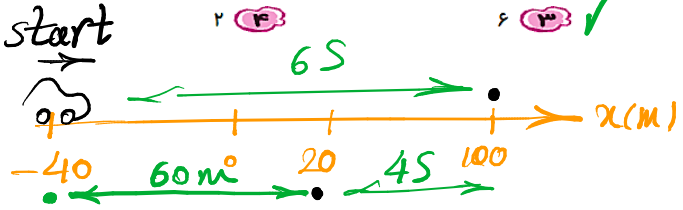
۱) متحرک حتماً روی خط راست در حال حرکت است.
۲) متحرک حتماً روی مسیر دایره‌ای حرکت می‌کند.
۳) تندی متوسط و لحظه‌ای با هم برابر است.
۴) حرکت حتماً شتاب‌دار است.

۶

$\bar{a} = a_{\text{لحظه‌ای}}$ ← شتاب ثابت ← $\left\{\begin{array}{l} \text{سرعت متوسط} = \text{سرعت لحظه‌ای} \\ \text{سرعت ثابت} \leftarrow \text{سرعت متوسط} = \text{سرعت لحظه‌ای} \end{array}\right.$ ← سرعت ثابت ← $v = cte$

۶ــ متحرکی روی محور x حرکت می‌کند و در مبدأ زمان از مکان $x_0 = -40m$ می‌گذرد و در لحظهٔ $t_1 = 6s$ به مکان $x_1 = 100m$ می‌رسد و درنهایت در لحظهٔ $t_2 = 10s$ از مکان $x_2 = 20m$ می‌گذرد. سرعت متوسط این متحرک در SI در این ۱۰ ثانیه، کدام است؟ سراسری- ۱۳۹۸

۱) ۲۲ ۲) ۱۴ ۳) ۶ ۴) ۲



$\bar{v}_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{60}{10} = 6\ m/s$

$d = 20 - (-40) = 60m$

۷ــ متحرکی درصفحه‌ی xoy حرکت می‌کند. اگر در مدت ۱۰ ثانیه از $A\begin{vmatrix}2\\-3\end{vmatrix}$ به $B\begin{vmatrix}5\\2\end{vmatrix}$ و سپس در مدت ۱۵ ثانیه به $C\begin{vmatrix}8\\5\end{vmatrix}$ برود، اندازه‌ی سرعت متوسط آن در کل این مدت چند متر بر ثانیه است؟ گزینه ۲- ۱۳۹۳

۱) ۰٫۸ ۲) ۰٫۲ ۳) ۰٫۶ ۴) ۰٫۴

$\vec{v} = \frac{\vec{d}}{\Delta t} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5} = 0/4$

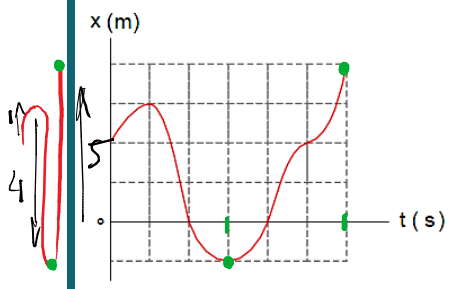
$\vec{d} = C - A = \begin{vmatrix}8\\5\end{vmatrix} - \begin{vmatrix}2\\-3\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}6\\8\end{vmatrix}$

$|\vec{d}| = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10m$

$3K + 4K \rightarrow 5K$

۸ــ نمودار مکان – زمان متحرکی که روی مسیری مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. تندی متوسط متحرک در شش ثانیهٔ اول حرکت چند برابر بزرگی سرعت متوسط متحرک در سه ثانیهٔ دوم حرکت است؟ (هر یک از اضلاع مربع‌های کوچک یک واحد SI است.)

قلم‌چی- ۱۳۹۸



$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{10}{6}$

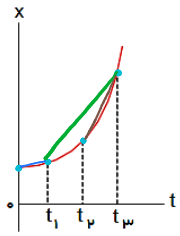
$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{5}{3}$

$\Rightarrow \frac{s_{av}}{v_{av}} = 1\,1$

۱) $\frac{۳}{۵}$
۲) ۱ ✓
۳) $\frac{۵}{۴}$
۴) $\frac{۱}{۳}$

۹ــ نمودار مکان- زمان متحرکی سهمی و مطابق شکل است. سرعت متوسط متحرک در کدام بازهٔ زمانی بیشتر است؟

سراسری- ۱۳۸۵

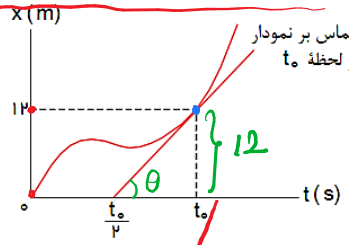


سرعت متوسط در نمودار $x-t$ ← شیب خط واصل

۱) $t_۱$ تا ۰
۲) $t_۲$ تا $t_۱$
۳) $t_۳$ تا $t_۲$ ✓
۴) بستگی به اندازه ی فاصله های زمانی دارد.

۱۰ــ در نمودار مکان - زمان شکل زیر، اگر تندی لحظه‌ای متحرک در لحظهٔ $t_۰$، $۲m/s$ بزرگ‌تر از بزرگی سرعت متوسط متحرک در $t_۰$ ثانیهٔ اول حرکت باشد، $t_۰$ برحسب ثانیه کدام است؟

قلم‌چی- ۱۳۹۸



$s_{t_0} = tg\theta = \frac{12}{t_0/2} = \frac{24}{t_0}$

$\bar{v} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{12}{t_0}$

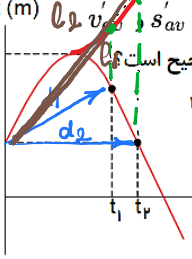
$\Rightarrow s_{t_0} = 2 + \bar{v}$

$\frac{24}{t_0} = 2 + \frac{12}{t_0} \Rightarrow \frac{12}{t_0} = 2 \Rightarrow t_0 = 6s$

۱) ۱۲
۲) ۴
۳) ۸
۴) ۶ ✓

۱۱ــ نمودار مکان برحسب زمان یک متحرک که روی محور xها حرکت می‌کند، مطابق سهمی شکل مقابل است. اگر تندی متوسط و سرعت متوسط متحرک در بازهٔ صفر تا $t_۱$ برابر با s_{av} و v_{av} و تندی متوسط و سرعت متوسط متحرک در بازهٔ صفر تا $t_۲$ برابر با s'_{av} و v'_{av} باشد، در این صورت کدام‌یک از گزینه‌های زیر در مورد مقایسهٔ تندی متوسط و سرعت متوسط در این دو بازهٔ زمانی صحیح است؟

قلم‌چی- ۱۳۹۸



d_1 شیب $>$ d_2 شیب $\Rightarrow v_{av} > v'_{av}$

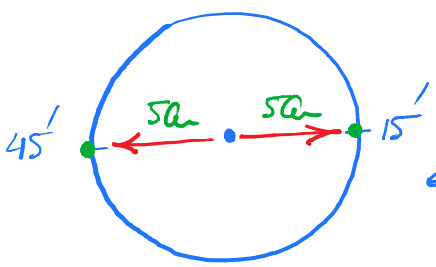
l_2 شیب $>$ l_1 شیب $\Rightarrow s'_{av} > s_{av}$

۱) $s_{av} > s'_{av}$ و $v_{av} < v'_{av}$
۲) $s_{av} < s'_{av}$ و $v_{av} < v'_{av}$
۳) $s_{av} > s'_{av}$ و $v_{av} > v'_{av}$
۴) $s_{av} < s'_{av}$ و $v_{av} > v'_{av}$ ✓

۱۲ــ طول عقربهٔ دقیقه‌شمار ساعتی $۵cm$ است. اندازهٔ سرعت متوسط نوک عقربهٔ دقیقه‌شمار این ساعت در بازهٔ زمانی ۱۵′ : ۳ تا ۴۵′ : ۳ چند متر بر ساعت است؟ $(\pi = ۳)$

قلم‌چی- ۱۳۹۸

۱) ۰٫۱
۲) ۰٫۳
۳) $\frac{۱}{۳}$
۴) ۰٫۲ ✓

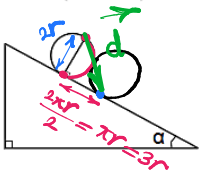


$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{0.1}{0.15} = 0.2\ m/hour$

سرعت متوسط: $s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{2\pi r/2}{\Delta t}$

۱۳ـ مطابق شکل زیر، تکه سنگی به نقطهٔ مشخص شده از چرخی به شعاع r چسبیده است. این چرخ در مدت ۰٫۵ ثانیه به اندازهٔ نیم دور از بالای سطح شیبدار به‌سمت پایین می‌چرخد. اگر در این حرکت، اندازهٔ سرعت متوسط سنگ $4\sqrt{13}\ m/s$ باشد، شعاع r چند متر است؟ $(\pi = 3)$

قلم چی- ۱۳۹۸



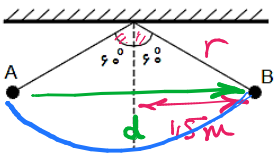
۱) ۲
۲) ۲٫۵
۳) ۴
۴) ۳

$\bar{v} = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow 4\sqrt{13} = \frac{r\sqrt{13}}{0.5} \Rightarrow r = 2\ m$

$d = \sqrt{(2r)^2 + (3r)^2} = \sqrt{4r^2 + 9r^2} = r\sqrt{13}$

۱۴ـ مطابق شکل زیر آونگی از نقطهٔ A رها می‌شود و پس از مدت ۲ ثانیه برای اولین بار به نقطهٔ B در طرف مقابل می‌رسد. اگر اندازهٔ سرعت متوسط گلولهٔ آونگ $1٫5\frac{m}{s}$ باشد، تندی متوسط گلوله چند متر بر ثانیه است؟

قلم چی- ۱۳۹۸



۱) $\sqrt{3\pi}$
۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$
۳) $\frac{\pi}{3}$
۴) π

$\bar{v} = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow 1.5 = \frac{d}{2} \Rightarrow d = 3m$

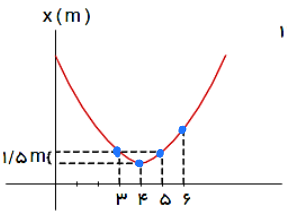
$\cos 60 = \frac{1.5}{r} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1.5}{r} \Rightarrow r = \sqrt{3}\ m$

$l = \frac{1}{3} 2\pi r = \frac{1}{3} \times 2 \times \pi \times \sqrt{3} = \frac{2\sqrt{3}\pi}{3}$

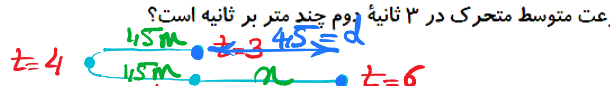
$\bar{s} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{2\sqrt{3}\pi/3}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}\pi\ m/s$

۱۵ـ نمودار مکان – زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، به صورت سهمی شکل زیر است. اگر تندی متوسط متحرک در ۳ ثانیهٔ دوم حرکت $2٫5\frac{m}{s}$ باشد، سرعت متوسط متحرک در ۳ ثانیهٔ دوم چند متر بر ثانیه است؟

قلم چی- ۱۳۹۸



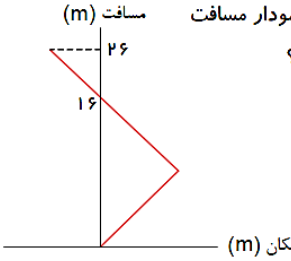
۱) صفر
۲) ۱٫۵
۳) ۲
۴) ۲٫۵



$\bar{s} = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow 2.5 = \frac{3+x}{3} \Rightarrow 7.5 = 3 + x \Rightarrow x = 4.5$

$\bar{v} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{4.5}{3} = 1.5\ m/s$

۱۶ـ معادلهٔ حرکت متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند در SI به‌صورت $x = mt^2 + nt$ است. اگر نمودار مسافت طی‌شده توسط متحرک برحسب مکان در ۵ ثانیهٔ اول حرکت آن مطابق شکل زیر باشد، m در SI کدام است؟



۱) -1
۲) -2
۳) ۱
۴) -4

معادله‌ی سرعت – زمان :

تابعی است که در هر لحظه ، سرعت جسم را مشخص می‌کند .

$$v = f(t)$$

نمودار سرعت – زمان :

اگر معادله‌ی سرعت – زمان را در دستگاه مختصات $v - t$ رسم کنیم ، نمودار سرعت – زمان بدست می‌آید . با استفاده از این نمودار می‌توان دریافت که سرعت متحرک در هر لحظه چقدر است .

شتاب متوسط :

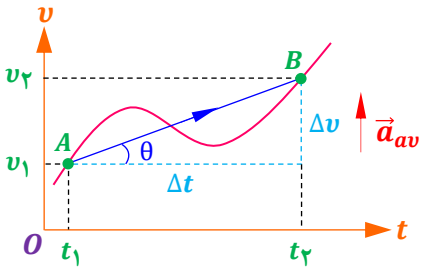
تحلیل فیزیکی :

تغییرات سرعت در واحد زمان را شتاب متوسط می‌گویند .

$$\vec{a} = \vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

تحلیل هندسی :

شیب خط واصل بین دو نقطه از نمودار سرعت – زمان برابر شتاب متوسط است .



$$\bar{a} = tg\theta$$

نکته : بردار شتاب متوسط همواره با بردار تغییر سرعت هم‌جهت و هم‌راستا است .

نکته : شتاب متوسط کمیتی است برداری و یکای آن در SI ، متر بر مجذور ثانیه (m/s^2) است .

نکته : جهت حرکت یا جهت سرعت یک متحرک ، می‌تواند در هر سویی باشد و جهت شتاب آن در هر سوی دیگر . زیرا ، جهت شتاب هم جهت با تغییرات سرعت است . بنابراین ، جهت شتاب الزاماً جهت حرکت را مشخص نمی‌کند .

نکته : سرعت یک متحرک می‌تواند در حال افزایش یا کاهش باشد ، اما شتاب آن در حال کاهش یا افزایش یا ثابت باشد .

شتاب متوسط ، اصلن به سرعت ربطی نداره ... به تغییرات سرعت ربط داره ... !!!

شتاب لحظه‌ای :

تحلیل فیزیکی :

آهنگ تغییر سرعت جسم را شتاب لحظه‌ای می‌نامند .

تغییرات سرعت در بازه‌ی زمانی بسیار کوچک (در یک لحظه) ، شتاب لحظه‌ای نامیده می‌شود .

حد شتاب متوسط ، هنگامی که تغییرات زمان به سمت صفر میل کند ، شتاب لحظه‌ای نام دارد .

مشتق سرعت در واحد زمان را شتاب لحظه‌ای می‌نامند .

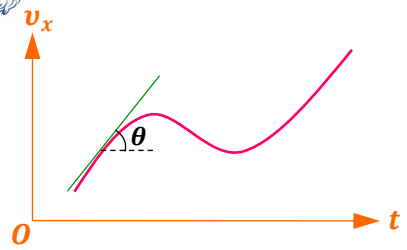
مشتق دوم مکان در واحد زمان را شتاب لحظه‌ای می‌نامند .

$$a_y = \lim_{\Delta t \to 0} a_{av} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_y}{\Delta t} = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2 y}{dt^2}$$

$$a_x = \lim_{\Delta t \to 0} a_{av} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

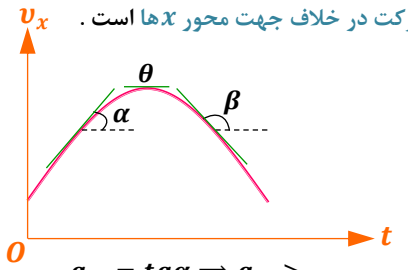
تحلیل هندسی:

شیب خط مماس بر نمودار سرعت – زمان برابر شتاب لحظه‌ای است.

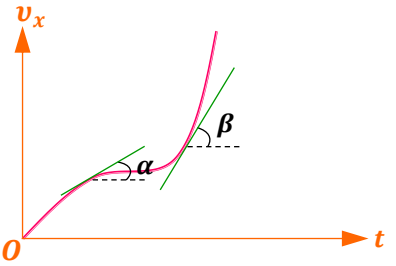


$$a_x = tg\theta$$

نکته: هر چه شیب مماس بر نمودار مکان – زمان با گذشت زمان بیشتر شود، بزرگی سرعت لحظه‌ای متحرک بیشتر می‌شود و برعکس. اگر شیب مماس مثبت باشد، سرعت مثبت و حرکت در جهت مثبت محور xها و اگر شیب مماس منفی باشد، سرعت منفی و حرکت در خلاف جهت محور xها است.



$$a_{1x} = tg\alpha \Rightarrow a_{1x} > 0$$
$$a_{2x} = tg\theta \Rightarrow a_{2x} = 0$$
$$a_{3x} = tg\beta \Rightarrow a_{3x} < 0$$



$$a_{1x} = tg\alpha$$
$$\Rightarrow \beta > \alpha \Rightarrow a_{2x} > a_{1x}$$
$$a_{2x} = tg\beta$$

مثال های آموزشی

۱۷ـ برای جسمی که در مسیر غیر مستقیم حرکت می‌کند، کدام دو بردار الزاماً هم‌جهت هستند؟ قلم چی- ۱۳۹۷

۱) سرعت لحظه‌ای و شتاب لحظه‌ای
۲) شتاب متوسط و تغییر سرعت ✓
۳) سرعت متوسط و شتاب متوسط
۴) شتاب متوسط و جابه‌جایی

۱۸ـ متحرکی در مسیر مستقیم حرکت می‌کند و معادلهٔ سرعت-زمان آن در SI به‌صورت $V = 2t^2 - 4t - 2$ است. شتاب متوسط آن در ۲ ثانیهٔ دوم چند متر بر مجذور ثانیه است؟ خارج از کشور- ۱۳۹۸

۱) ۲
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۸ ✓

$t_1 = 2s \rightarrow V_1 = 8 - 8 - 2 = -2$
$t_2 = 4s \rightarrow V_2 = 32 - 16 - 2 = 14$
$\Rightarrow \bar{a} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{14-(-2)}{4-2} = 8 \frac{m}{s^2}$

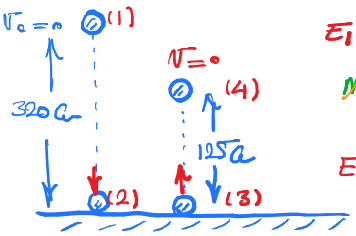
۱۹ـ معادله سرعت متحرکی که درمسیری مستقیم حرکت می‌کند در SI به صورت $V = t^2 + 2t + 1$ است. شتاب متوسط این متحرک در ثانیه‌ی سوم حرکت چند واحد SI است؟ قلم چی- ۱۳۹۶

۱) ۸
۲) ۷ ✓
۳) ۵
۴) ۴/۶

$a = 2t + 2$ ✓ $t = 2s \Rightarrow a = 5 + 2 = 7$

$t_1 = 2s \rightarrow V_1 = 4 + 4 + 1 = 9$
$t_2 = 3s \rightarrow V_2 = 9 + 6 + 1 = 16$
$\rightarrow \bar{a} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{16-9}{3-2} = \frac{7}{1} = 7 \frac{m}{s^2}$

۲۰ـ یک توپ تنیس از ارتفاع ۳۲۰ سانتی‌متری زمین رها می‌شود و پس از برخورد به زمین تا ارتفاع ۱۲۵ سانتی‌متری زمین برمی‌گردد. اگر زمان تماس توپ با زمین $13ms$ باشد، بزرگی شتاب متوسط آن در ضمن تماس چند متر بر مجذور ثانیه و جهت آن به کدام سو است؟ سراسری- ۱۳۹۷ (از مقاومت هوا صرف نظر شود. $g = 10 \frac{m}{s^2}$)



$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$
$mgh_1 = \frac{1}{2}mV_1^2 \Rightarrow 10 \times 3/2 = \frac{1}{2}V_1^2 \Rightarrow |V_1| = 8$
$\Rightarrow V_1 = -8 \frac{m}{s}$
$E_3 = E_4 \rightarrow K_3 + U_3 = K_4 + U_4 \rightarrow$
$\frac{1}{2}mV_3^2 = mgh_4 \Rightarrow \frac{1}{2}V_3^2 = 10 \times 1/25 \Rightarrow V_3 = 5 \frac{m}{s}$

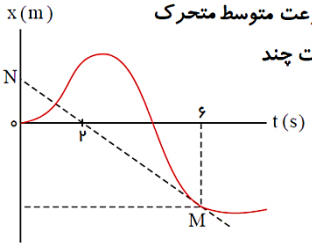
۱) ۱۰۰، بالا
۲) ۱۰۰، پایین
۳) ۱۰۰۰، بالا ✓
۴) ۱۰۰۰، پایین

$\bar{a} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_3 - V_2}{\Delta t} = \frac{5-(-8)}{13 \times 10^{-3}} = 10^3 \frac{m}{s}$ به سمت بالا

$a = 4t - 4$
$a = 4(3) - 4 = 8 \frac{m}{s^2}$

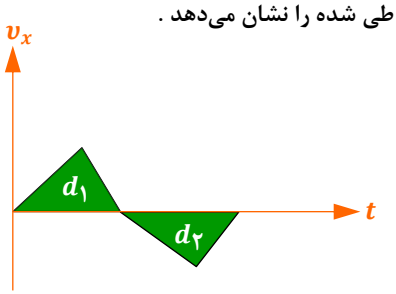
۲۱ــ در شکل مقابل پاره‌خط MN در نقطهٔ M بر نمودار مکان – زمان متحرک مماس شده است. اگر اندازهٔ سرعت متوسط متحرک از ابتدای حرکت تا لحظهٔ $t = ۶s$ برابر با $۸m/s$ باشد، بزرگی شتاب متوسط متحرک در ۶ ثانیهٔ اول حرکت چند متر بر مجذور ثانیه است؟

قلم چی- ۱۳۹۸

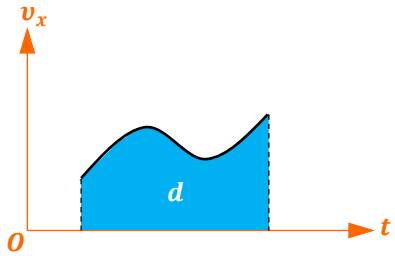


۱) ۴
۲) ۲
۳) ۶
۴) ۱۳

نکته : سطح زیر نمودار سرعت – زمان بیانگر جابجایی (تغییر مکان) است و قدر مطلق مساحت زیر نمودار سرعت – زمان مسافت طی شده را نشان می‌دهد .



$$d = d_۱ + d_۲ \qquad \ell = |d_۱| + |d_۲|$$



$$S_{v-t} = d$$

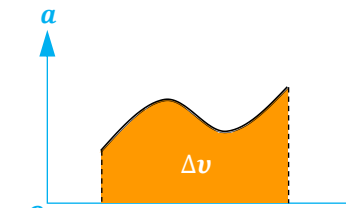
معادله‌ی شتاب – زمان :

تابعی است که در هر لحظه شتاب جسم را مشخص می‌کند .

$$a = f(t)$$

نمودار شتاب – زمان :

اگر معادله‌ی شتاب – زمان را در دستگاه مختصات $a - t$ رسم کنیم ، نمودار شتاب – زمان بدست می‌آید . با استفاده از این نمودار می‌توان دریافت که شتاب متحرک در هر لحظه چقدر است .



نکته : سطح زیر نمودار شتاب – زمان بیانگر تغییرات سرعت است .

$$S_{a-t} = \Delta v$$

نکته : اگر سرعت ثابت باشد ، مسیر الزاماً خط راست است .

نکته : اگر اندازه‌ی سرعت ثابت باشد ، حرکت می‌تواند روی خط راست یا روی مسیر دایره‌ای باشد .

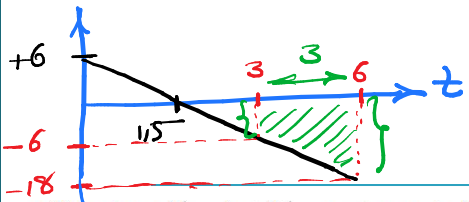
نکته : اگر شتاب ثابت باشد ، مسیر الزاماً خط راست نیست اما اگر مسیر حرکت منحنی باشد ، الزاماً حرکت شتابدار است .

نکته : در لحظه‌ای که سرعت صفر است ، شتاب الزاماً صفر نیست .

نکته : در حرکت بر مسیر مستقیم ، هنگامی متحرک می‌تواند تغییر جهت دهد که سرعت آن صفر شود و علامت سرعت تغییر کند .

۲۲ـ معادلهٔ سرعت- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $V = -۴t + ۶$ می‌باشد. بزرگی جابه‌جایی متحرک در سه ثانیهٔ دوم حرکت چند متر است؟ قلم چی- ۱۳۹۷

۱) ۱۸ ۲) ۳۶ ۳) صفر ۴) ۲۷



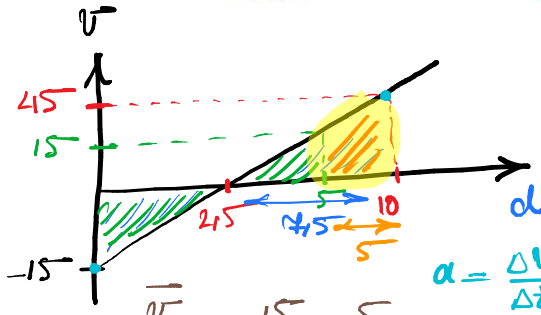
$V=0 \rightarrow -4t+6=0 \Rightarrow t=1/5s$

$d = S = \frac{(-6-18)\times 3}{2} = -36$

$|d| = 36m$

۲۳ـ معادله‌ی سرعت - زمان دریک حرکت بر خط راست در SI به‌صورت $V = ۶t - ۱۵$ است، درمدت $t = ۰$ تا $t = ۱۰s$ (درمدت ۱۰ ثانیه‌ی نخست حرکت) اندازه‌ی سرعت متوسط آن چند برابر اندازه‌ی شتاب متوسط آن است؟ گزینه ۲- ۱۳۹۵

۱) $\frac{۵}{۲}$ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) ۳ ۴) ۵



$V=0 \rightarrow 6t=15 \rightarrow t=2/5s$

$\bar{V} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{150}{10} = 15\ m/s$

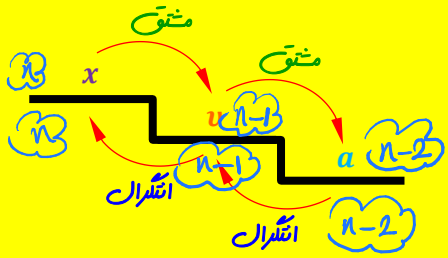
$d = \frac{(15+45)\times 5}{2} = 150m$

$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{45-(-15)}{10} = 6\ m/s^2$

$\frac{\bar{V}}{a} = \frac{15}{6} = \frac{5}{2}$

۱۲

بازی با مشتق و انتگرال (پله پله)



آهنگ تغییر ≅ $tg\alpha$ ≅ شیب ≅ مشتق

سطح زیر نمودار ≅ انتگرال

کمی ریاضی

$y = ax^n + bx^m + c \Rightarrow y' = anx^{n-1} + bmx^{m-1}$

$\int mdt = mt + c$, $(m,c) \in R$ $\qquad$ $\int nt^x dt = n\frac{t^{x+1}}{x+1} + c$, $(n,x,c) \in R$

مثال: $x = t^4 + 5t^3 + 2t + 5 \rightarrow V = \frac{dx}{dt} = 4t^3 + 15t^2 + 2 \rightarrow a = \frac{dV}{dt} = 12t^2 + 30t$

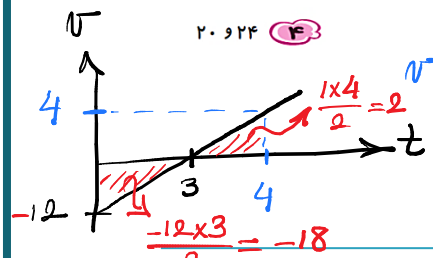
$\int 12t^2 + 30t = \frac{12}{3}t^3 + \frac{30}{2}t^2 + c = 4t^3 + 15t^2 + c$

$\int 4t^3 + 15t^2 + 2 = \frac{4}{4}t^4 + \frac{15}{3}t^3 + 2\frac{t^1}{1} + c = t^4 + 5t^3 + 2t + c$

۲۴ـ معادله‌ی حرکت جسمی که برروی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = ۲t^۲ - ۱۲t + ۶$ است. در بازه‌ی زمانی صفر تا ۴ ثانیه، مسافت طی شده و بزرگی جابه‌جایی جسم به ترتیب از راست به چپ برابر با چند متر است؟

قلم چی- ۱۳۹۴

۱) ۱۰ و ۱۶ ۲) ۱۶ و ۲۰ ۳) ۱۶ و ۴۰ ۴) ۲۰ و ۲۴



$v = \frac{dx}{dt} = 4t - 12$ ، $v = 0 \Rightarrow 4t = 12 \Rightarrow t = 3s$

$l = 18 + 2 = 20\ m$

$d = -18 + 2 = -16 \Rightarrow |d| = 16\ m$

۲۵ـ معادله‌ی حرکت متحرکی در مسیر مستقیم در SI به صورت $x = t^۳ - ۶t^۲ + ۹t$ است. بزرگی شتاب متوسط این متحرک در ثانیه‌ی دوم حرکت چند متر بر مجذور ثانیه است؟

خارج از کشور- ۱۳۸۶

$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

۱) ۰ ۲) ۱ ۳) ۳ ۴) ۶

$v = \frac{dx}{dt} = 3t^2 - 12t + 9 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 1s \rightarrow v_1 = 0 \\ t_2 = 2s \rightarrow v_2 = -3 \end{cases}$

$\Rightarrow \bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-3 - 0}{2 - 1} = -3$

$|\bar{a}| = 3\ m/s^2$

۲۶ـ معادله‌ی مکان - زمان متحرکی در SI به صورت $x = ۸t^۲ + ۶t - ۸$ است. شتاب متوسط متحرک در ۴ ثانیه‌ی اول حرکت چند متر بر مربع ثانیه است؟

سنجش- ۱۳۹۴

$(0-4)s$

$v = 16t + 6$

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۱۶

$t = 0 \rightarrow v = 6$

$t = 4 \rightarrow v = 70$

$\Rightarrow \bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{70 - 6}{4 - 0} = \frac{64}{4} = 16\ m/s^2$

۱۳

۲۷ـ معادله‌ی سرعت- زمان متحرکی که روی مسیری مستقیم حرکت می‌کند در SI به صورت $V = ۴t^۲ - ۲۴t$ است. در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه، جهت شتاب متحرک تغییر می‌کند؟

قلم چی- ۱۳۹۷

جهت شتاب = جهت برآیند نیروها

$a = 0$ ← تغییر جهت شتاب ← تغییر جهت برآیند نیروها

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) هرگز جهت شتاب تغییر نمی‌کند.

$a = 8t - 24 \rightarrow a = 0 \Rightarrow t = 3$

t		3	
a	−	0	+

$a = 0$ ← تغییر کند

۲۸ـ معادله‌ی مکان- زمان متحرکی در SI به صورت $x = -t^۳ + ۴t + ۱۵$ است. شتاب متوسط این متحرک در مدت $t = ۰$ تا $t = ۱۰s$ با شتاب لحظه‌ای در کدام یک از زمان‌های زیر برابر است؟

گزینه ۲- ۱۳۹۶

۱) ابتدای پنج ثانیه‌ی اول ۲) انتهای ثانیه‌ی پنجم ۳) ابتدای ثانیه‌ی پنجم ۴) ابتدای دو ثانیه‌ی پنجم

۲۹ـ معادله‌ی حرکت متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، در SI به‌صورت $x = t^۳ - ۶t^۲ + ۵t$ بیان شده است. در چه مکانی برحسب متر، شتاب حرکت صفر می‌شود؟

قلم چی- ۱۳۹۵

۱) ۶ ۲) ۲ ۳) -۲ ۴) -۶

$v = 3t^2 - 12t + 5$

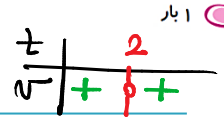
$a = 6t - 12$

$a = 0 \Rightarrow 6t = 12 \Rightarrow t = 2s$

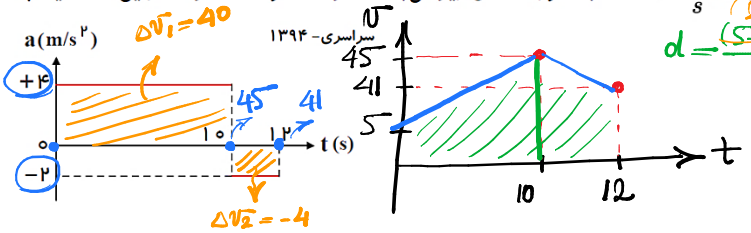
$t = 2 \rightarrow x = (2)^3 - 6(2)^2 + (5 \times 2) = 8 - 24 + 10 = -6\ m$

۳۰ـ معادلهٔ حرکت متحرکی که روی مسیر مستقیم حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = t^3 - 6t^2 + 12t - 8$ است. این متحرک در طول مدت حرکت خود چند بار تغییر جهت می‌دهد؟ گزینه ۲- ۱۳۹۷

۱) ۱ بار ۲) ۲ بار ۳) ۳ بار ۴) تغییر جهت نمی‌دهد.

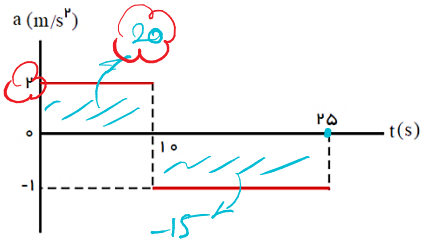


۳۱ـ نمودار شتاب- زمان متحرکی که سرعتش در مبداء زمان $+5\frac{m}{s}$ است، به صورت شکل زیر می‌باشد، سرعت متوسط متحرک دراین ۱۲ ثانیه، چند متر بر ثانیه است؟ سراسری- ۱۳۹۴



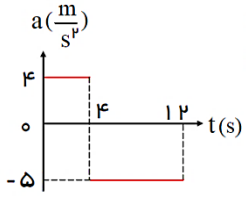
۱) ۱۳٫۵ ۲) ۱۴ ۳) ۲۷ ۴) ۲۸

۳۲ـ نمودار شتاب - زمان متحرکی که از حال سکون روی محور x به حرکت درمی آید، مطابق شکل است. سرعت متحرک در لحظه ی $t = 25s$ چند متر بر ثانیه است؟ سنجش- ۱۳۹۴



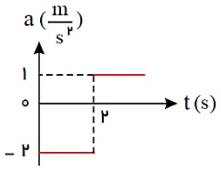
۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۳۵

۳۳ـ نمودار شتاب ـ زمان متحرکی که در مبدأ زمان با سرعت ۴ متر بر ثانیه از مبدأ مکان می گذرد، مطابق شکل است. مسافت طی شده در بازه‌ی زمانی صفر تا ۱۲ ثانیه، چند متر است؟ خارج از کشور- ۱۳۹۲



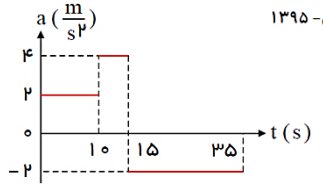
۱) ۴۸ ۲) ۹۶ ۳) ۱۲۸ ۴) ۱۶۰

۳۴ـ متحرکی از حال سکون در مسیر مستقیم به حرکت در می آید و نمودار شتاب - زمان آن مطابق شکل است. در کدام لحظه (بر حسب ثانیه)، جهت سرعت عوض می شود؟ خارج از کشور- ۱۳۸۹



۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

۳۵ـ نمودار شتاب-زمان متحرکی که روی محور x در لحظه $t = 0$ از مبدأ میگذرد، مطابق شکل زیر است. اگر $V_0 = -10m/s$ باشد، بیشترین فاصله متحرک از مبدأ در بازه زمانی $t = 0$ تا $t = 35s$، چند متر است؟ سراسری- ۱۳۹۵



۱) ۲۱۰ ۲) ۲۲۵ ۳) ۳۲۵ ۴) ۳۵۰

بیاموز
BIAMOZ.COM

بیاموز | Biamoz.com

بزرگترین مرجع آموزشی و نمونه سوالات درسی تمامی مقاطع

شامل انواع | نمونه سوالاتِ | فصل به فصل | پایان ترم | جزوه |

ویدئوهای آموزشی | گام به گام | طرح درس | طرح جابر | و ...

کانال تلگرام | گروه تلگرام | اینستاگرام

برای ورود به هر پایه در سایت ما روی اسم آن **کلیک** کنید

دبستان

اول	دوم	سوم	چهارم	پنجم	ششم

متوسطه اول

هفتم	هشتم	نهم

متوسطه دوم

دهم	یازدهم	دوازدهم