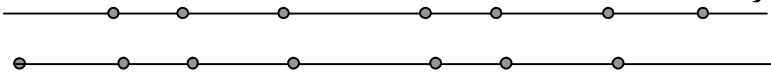


۱) بر روی خطی ۷ نقطه گذاشته ایم. چند پاره خط ایجاد می شود؟

راه اول:

نقطه‌ها را به فواصل مختلف روی خط ایجاد شوند. سپس بین هر دو نقطه از عدد ۱ به بالا شماره گذاری کرده، همه‌ی آن‌ها را با هم جمع کرده به پاسخ سؤال خواهیم رسید. ۶ ۵ ۴ ۳ ۲ ۱



$$۱ + ۲ + ۳ + ۴ + ۵ + ۶ = ۲۱$$

راه دوم:

استفاده از رابطه‌ی مقابل: $(\text{تعداد فاصله‌ها} \times \text{تعداد نقطه‌ها}) \div ۲$

۲) بر روی خطی ۵ نقطه می گذاریم، چند نیم خط ایجاد می شود؟

الف) اگر شکل داده شده خط باشد، هر نقطه‌ی روی آن دو نیم خط بوجود می‌آورد.

یعنی دو برابر تعداد نقاط $(۲ \times \text{تعداد نقطه‌ها})$

ب) اگر شکل داده شده نیم خط باشد، به تعداد نقطه‌های موجود روی آن، نیم خط بوجود می‌آورد.

ج) اگر شکل داده شده پاره‌خط باشد، نیم خط بوجود نمی‌آورد.

۳) بر روی خطی ۵ نقطه می گذاریم، چند نیم خط ایجاد می شود؟

اما اگر یکی از نقطه‌ها روی ابتدا یا انتهای خط قرار داشته باشد،

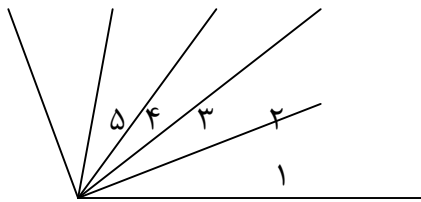
آن‌گاه به تعداد نقطه‌ها، نیم خط ایجاد می‌شود.

۴) در شکل مقابل چند زاویه مشاهده می‌شود؟

بین هر دو نیم خط با رأس مشترک، از عدد ۱ به بالا شماره گذاری کرده

سپس اعداد را با هم جمع نموده، حاصل بدست آمده پاسخ سؤال خواهد بود.

یا: $(\text{تعداد فاصله‌ها} \times \text{تعداد نیم خط‌ها}) \div ۲$



۵) انواع چند ضلعی‌ها کدامند؟

الف) چند ضلعی‌های منتظم (همه‌ی زاویه‌های آن با هم برابرند. همه‌ی اضلاع آن با هم برابرند.)

ب) چند ضلعی‌های غیر منتظم (هر چند ضلعی که هر دو یا یکی از شرایط بالا را نداشته باشد.)

۶) انواع زاویه کدامند؟

الف) زاویه‌ی تند (حاده) اندازه‌ی آن بین ۰ تا ۹۰ درجه است.

ب) زاویه‌ی راست (قائمه) اندازه‌ی آن دقیقاً ۹۰ درجه است.

ج) زاویه‌ی باز (منفرجه) اندازه‌ی آن بین ۹۰ و ۱۸۰ درجه است. از ۹۰ بیشتر و از ۱۸۰ درجه کم‌تر است.

د) زاویه‌ی نیم صفحه اندازه‌ی آن دقیقاً ۱۸۰ درجه است.

ذ) زاویه‌ی تمام صفحه اندازه‌ی آن دقیقاً ۳۶۰ درجه است.

ر) دو زاویه‌ی متمم: هرگاه مجموع دو زاویه ۹۰ درجه باشد، آن دو زاویه را متمم گویند.

ز) دو زاویه‌ی مکمل: هرگاه مجموع دو زاویه ۱۸۰ درجه باشد، آن دو زاویه را مکمل گویند.

س) دو زاویه‌ی متقابل به رأس: هر گاه دو زاویه دارای رأس مشترک بوده و اضلاع آن‌ها در امتداد یکدیگر باشند، آن‌ها را دو زاویه‌ی متقابل به رأس گویند. (در این نوع زاویه‌های روبه روی هم با هم مساویند.) « نیم‌سازهای دو زاویه‌ی متقابل به رأس در امتداد یک دیگریند. »

ش) دو زاویه‌ی مجاور: دو زاویه‌ای هستند که در رأس و یک ضلع مشترک باشند و دو ضلع غیر مشترک طرف ضلع مشترک آن‌ها قرار داشته باشد.

ص) اگر نیم‌سازهای دو زاویه‌ی مجاور را رسم کنیم، زاویه‌ای که این دو نیم‌ساز پدید می‌آورند نصف مجموع دو زاویه‌ی مجاور می‌باشد.

ض) دو زاویه‌ی مجانب: دو زاویه‌ی مجاور و مکمل (مجموع آن‌ها ۱۸۰ درجه است.) را مجانب گویند.

۷) زاویه از نگاهی دیگر

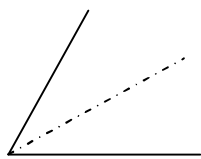
	<p>هر گاه دو نیم خط دارای ابتدای مشترک باشند، تشکیل یک زاویه را می‌دهند.</p>	زاویه
	<p>الف) زاویه را از نام یکی از نیم خط‌هایش شروع کرده و سپس رأس را بیان و بعد نیم خط دیگری را نام می‌بریم. مانند زاویه ی (الف ب ج) ب) زاویه را می‌توان با نام رأسش نیز خواند. مانند زاویه ی (ج)</p>	خواندن زاویه
<p>الف) زاویه ی راست (قائمه) : هر گاه اندازه‌ی یک زاویه برابر ۹۰ درجه باشد، آن را قائمه گویند. دو ضلع زاویه ی قائمه بر هم عمودند.</p> <p>ب) زاویه ی تند (حاده) : هر گاه اندازه‌ی یک زاویه کمتر از ۹۰ درجه باشد، به آن زاویه ی تند (حاده) گفته می‌شود.</p> <p>ج) زاویه ی باز (منفرجه) : هر گاه اندازه‌ی یک زاویه بین ۹۰ و ۱۸۰ درجه باشد، آن را زاویه‌ی باز گویند.</p> <p>د) زاویه ی نیم صفحه : هر گاه دو ضلع یک زاویه در یک امتداد قرار گیرند و به عبارت دیگر اندازه‌ی زاویه ۱۸۰ درجه شود آن زاویه را زاویه‌ی نیم صفحه گویند.</p>	انواع زاویه از لحاظ اندازه	
<p>هر گاه مجموع اندازه‌های دو زاویه، برابر ۹۰ درجه شود، آن دو زاویه را متمم یکدیگر گویند.</p>	زاویه ی متمم	
<p>هر گاه مجموع اندازه‌های دو زاویه، برابر ۱۸۰ درجه شود، آن دو زاویه را مکمل یکدیگر گویند.</p>	زاویه ی مکمل	
<p>نقاله می‌باشد.</p>	وسیله ی اندازه گیری زاویه	
<p>واحد اندازه گیری زاویه، درجه می‌باشد.</p>	واحد اندازه گیری زاویه	
<p>دو زاویه را مجاور گویند، در صورتی‌که در رأس و یک ضلع مشترک بوده و ضلع مشترک بین دو ضلع دیگر قرار داشته باشد.</p>	دو زاویه ی مجاور	

دو زاویه ی متقابل به رأس
 دو زاویه را متقابل به رأس می‌گویند ، در صورتی‌که در رأس مشترک بوده و اضلاعشان در امتداد یکدیگر باشد . زاویه های متقابل به رأس باهم مساویند .

مجموع زاویه های داخلی هر چند ضلعی از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید.
 مجموع زاویه های داخلی هر چند ضلعی

مجموع زاویه های خارجی هر چند ضلعی برابر با 360° درجه می باشد .
 مجموع زاویه های خارجی هر چند ضلعی در هر مثلث اندازه‌ی یک زاویه‌ی خارجی ، با مجموع دو زاویه‌ی داخلی غیر مجاور آن مساوی است

تعداد زاویه ها با رأس مشترک
 بین هر دو نیم خط (هر دو ضلع زاویه) از شماره‌ی یک شماره گذاری کرده سپس شماره ها را با هم جمع کرده ، حاصل برابر تعداد زاویه‌های شکل خواهد بود .



نیمساز نیم خطی است که ابتدای آن ، رأس زاویه باشد و زاویه را به دو زاویه‌ی مساوی تقسیم نماید .

نیمساز

فاصله ی هر نقطه روی نیمساز یک زاویه تا دو ضلع آن زاویه به یک اندازه است .
 نقطه روی نیمساز

دو زاویه را وقتی مجانب گوئیم که رأس و یک ضلع آن‌ها مشترک باشد و اضلاع دیگرشان در دو طرف ضلع مشترک و بر یک خط راست قرار داشته باشند و مجموع آن‌ها 180° درجه می‌باشد . زاویه‌های مجانب، مکمل هم هستند.

زاویه های مجانب

زاویه ی محاطی
 هر زاویه که رأس آن روی محیط و دو ضلع آن دایره را قطع کنند ، زاویه‌ی محاطی نامیده می‌شود . اندازه-ی زاویه‌ی محاطی برابر است با نصف اندازه‌ی کمان مقابل آن

زاویه ی مرکزی
 زاویه‌ای که رأس آن در مرکز دایره و اضلاعش دو شعاع از آن دایره‌اند .
 اندازه‌ی هر زاویه‌ی مرکزی برابر است با اندازه‌ی کمان مقابل آن

زاویه ی ظلّی
 هر زاویه‌ای که رأسش روی دایره و یک ضلع آن وتر و دیگری بر دایره مماس باشد ، زاویه-ی ظلّی نامیده می‌شود . اندازه‌ی زاویه ی ظلّی برابر با نصف کمان روبرویش می باشد .

۸) مجموع زاویه‌های داخلی هر چند ضلعی را چگونه محاسبه می‌کنند؟

الف) مجموع زاویه‌های داخلی هر سه ضلعی (مثلث) 180° درجه است.

ب) به ازای افزایش هر ضلع نسبت به تعداد ضلع های مثلث (سه ضلع) به مجموع زاویه‌های داخلی آن شکل 180° درجه افزوده می‌شود.
 یا از رابطه‌ی زیر می‌توان مجموع زاویه‌های داخلی هر چند ضلعی را محاسبه نمود:

$$180 \times (2 - \text{تعداد اضلاع چند ضلعی})$$

۹) اندازه‌ی هر زاویه‌ی چند ضلعی منتظم

برای محاسبه‌ی اندازه‌ی هر زاویه‌ی چند ضلعی منتظم از رابطه‌ی زیر استفاده می‌شود:

$$\left\{ \frac{180 \times (2 - \text{تعداد اضلاع چند ضلعی})}{\text{تعداد اضلاع}} \right\}$$

مجموعه فرمول‌های میان‌بر هندسه برای حل مسائل ریاضی

(۱۰) اندازه‌ی هر یک از زاویه‌های یک ۹ ضلعی منتظم چند درجه است؟

(تعداد اضلاع \div ۳۶۰) - ۱۸۰ → اندازه‌ی یک زاویه چند ضلعی منتظم

(۱۱) مجموع زاویه‌های خارجی هر چند ضلعی را چگونه محاسبه می‌کنند؟

مجموع زاویه‌های خارجی هر چند ضلعی، ۳۶۰ درجه می‌باشد.

(۱۲) محاسبه‌ی تعداد اضلاع چند ضلعی منتظم با استفاده از یکی از زاویه‌های خارجی آن

برای محاسبه‌ی تعداد اضلاع چند ضلعی منتظم از رابطه‌ی زیر استفاده می‌شود:

اندازه‌ی زاویه‌ی خارجی \div ۳۶۰

(۱۳) نکاتی در رابطه با مجموع زاویه و مثلث

الف) اگر در مثلثی مجموع دو زاویه با زاویه‌ی سوم برابر باشد، آن مثلث قائم‌الزاویه است.

ب) اگر در مثلثی مجموع دو زاویه از زاویه‌ی سوم کوچک‌تر باشد، آن مثلث دارای یک زاویه‌ی باز (منفرجه) است.

ج) اگر در مثلثی مجموع دو زاویه از زاویه‌ی سوم بزرگ‌تر باشد، هر سه زاویه‌ی آن مثلث تند (حاده) است.

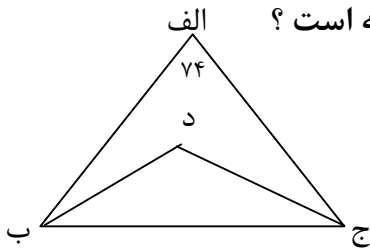
د) چنانچه مجموع دو نسبت زاویه‌های مثلثی مساوی نسبت زاویه‌ی سوم آن باشد، آن مثلث قائم‌الزاویه نامیده می‌شود.

(۴ و ۶ و ۱۰)

ح) چنانچه ضمن آن که مجموع دو نسبت زاویه‌های مثلث با هم مساوی باشند و دو تا از نسبت‌ها نیز با یکدیگر مساوی

باشند، آن مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین خواهد بود. (۲ و ۲ و ۴)

(۱۴) در شکل (ج د) و (ب د) نیم‌ساز هستند، اندازه‌ی زاویه‌ی (د) چند درجه است؟



الف) اگر اندازه‌ی زاویه‌های (ج) و (ب) معلوم باشد، از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

اندازه‌ی زاویه‌ی (الف) + [۲ \div مجموع اندازه‌ی زاویه‌های (ج) و (ب)]

ب) اگر اندازه‌ی زاویه‌های (ج) و (ب) معلوم نباشد، از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

۲ [\div اندازه‌ی زاویه‌ی (الف)] + ۹۰

(۱۵) نکاتی در رابطه با تعداد قطر چند ضلعی‌ها

برای محاسبه‌ی تعداد قطر در چند ضلعی‌ها از فرمول زیر می‌توان استفاده کرد:

\div ۲ (تعداد ضلع‌ها) * (۳ - تعداد ضلع‌ها)

(۱۶) نکاتی در رابطه با قطر در چهار ضلعی‌ها

الف) مربع: قطر‌ها با هم مساوی و عمود بر هم هستند. (عمود منصف هم هستند.)

ب) لوزی: قطر‌ها عمود منصف هم هستند.

ج) مستطیل: قطر‌ها با هم مساوی و همدیگر را نصف می‌کنند.

د) متوازی‌الاضلاع: قطر‌ها با هم مساوی نیستند ولی همدیگر را نصف می‌کنند.

ح) دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین: قطر‌ها مساوی هستند ولی همدیگر را نصف نمی‌کنند. (در یک مورد خاص قطر‌ها بر هم

عمود می‌شوند.)

س) دوزنقه‌ی غیر متساوی‌الساقین: قطر‌ها با هم مساوی نیستند و همدیگر را نصف نمی‌کنند.

ش) از هر رأس یک چند ضلعی (سه تا کم‌تر از تعداد ضلع‌های آن) قطر می‌گذرد.

۱۷) نکاتی در رابطه‌ی اضلاع در چهار ضلعی‌ها

الف) مربع: هر ۴ ضلع با هم مساویند. ضلع‌های متوالی بر هم عمودند. ضلع‌های روبه‌رو با هم موازیند.

ب) لوزی: هر ۴ ضلع با هم مساویند. ضلع‌های روبه‌رو با هم موازیند.

ج) مستطیل: ضلع‌های متوالی بر هم عمودند. ضلع‌های روبه‌رو با هم موازیند. ضلع‌های روبه‌رو با هم مساویند.

د) متوازی‌الاضلاع: ضلع‌های روبه‌رو با هم موازیند. ضلع‌های روبه‌رو با هم مساویند.

س) دوزنقه: فقط دارای دو ضلع موازی است. (منظور قاعده‌های آن می‌باشد.)

ش) در هر دوزنقه پاره خطی که وسط‌های دو ساق دوزنقه را به هم وصل می‌کند با دو قاعده‌ی دوزنقه موازی و اندازه‌ی آن مساوی نصف اندازه‌ی مجموع دو قاعده‌ی دوزنقه است.

۱۸) نکاتی در رابطه‌ی زاویه‌ها در چهار ضلعی‌ها

الف) مربع: هر چهار زاویه‌ی آن راست (قائمه) است. مجموع هر دو زاویه‌ی متوالی آن 180° درجه است.

ب) لوزی: دو زاویه‌ی تند مساوی (روبه‌روی هم) و دو زاویه‌ی باز مساوی (روبه‌روی هم) دارد. و مجموع هر دو زاویه‌ی متوالی آن 180° درجه است.

ج) مستطیل: هر چهار زاویه‌ی آن راست (قائمه) است. مجموع هر دو زاویه‌ی متوالی آن 180° درجه است.

د) متوازی‌الاضلاع: دو زاویه‌ی تند مساوی (روبه‌روی هم) و دو زاویه‌ی باز مساوی (روبه‌روی هم) دارد. و مجموع هر دو زاویه‌ی متوالی آن 180° درجه است.

ذ) در هر متوازی‌الاضلاع، نیم‌سازهای دو زاویه‌ی مجاور به یک ضلع بر هم عمود هستند.

س) دوزنقه: دو زاویه‌ی تند و دو زاویه‌ی باز دارد. (مجموع هر دو زاویه‌ی دو طرف ساق‌ها 180° درجه است.)

۱۹) نکاتی در رابطه‌ی محیط و مساحت چند ضلعی‌ها

الف) مستطیل:

اگر طول و عرض مستطیلی را A برابر کنیم، مساحت آن $(A \times A)$ برابر خواهد شد.

اگر طول و عرض مستطیلی را A برابر کنیم، محیط آن A برابر خواهد شد.

ب) مربع:

اگر ضلع مربع را A برابر کنیم، مساحت آن $(A \times A)$ برابر خواهد شد.

اگر ضلع مربع را A برابر کنیم، محیط آن A برابر خواهد شد.

اگر قطر مربع را A برابر کنیم، مساحت آن $(A \times A)$ برابر خواهد شد.

ج) مثلث:

اگر قاعده‌ی مثلثی را A برابر کنیم، مساحت آن A برابر خواهد شد.

اگر ارتفاع مثلثی را A برابر کنیم، مساحت آن A برابر خواهد شد.

اگر ارتفاع و قاعده‌ی مثلثی را A برابر کنیم، مساحت آن $(A \times A)$ برابر خواهد شد.

اگر قاعده‌ی مثلثی را نصف و ارتفاع آن را دو برابر کنیم، مساحت مثلث تغییری نمی‌کند.

د) متوازی‌الاضلاع:

اگر ارتفاع و قاعده‌ی متوازی‌الاضلاعی را A برابر کنیم، مساحت آن $(A \times A)$ برابر خواهد شد.

اگر نقطه‌ای روی یکی از اضلاع متوازی الاضلاع در نظر گرفته و آن را به دو رأس دیگر آن ضلع قرار ندارند وصل کنیم، مساحت مثلث حاصل نصف مساحت متوازی الاضلاع خواهد بود.

اگر محیط یک مستطیل با محیط متوازی الاضلاعی برابر باشد. (یعنی اندازه‌های ضلع‌های متوالی هر دو شکل هم اندازه باشند.) در این صورت مساحت مستطیل بزرگ‌تر خواهد بود.

اگر مساحت یک مستطیل با مساحت متوازی الاضلاعی برابر باشد. در این صورت محیط متوازی الاضلاع بزرگ‌تر خواهد بود.

س (لوزی:

اگر ضلع لوزی را A برابر کنیم، محیط آن A برابر خواهد شد.

اگر قطرهای لوزی را A برابر کنیم، مساحت آن $(A \times A)$ برابر خواهد شد.

اگر یک قطر لوزی را A برابر و قطر دیگر آن را B برابر کنیم، مساحت آن $(A \times B)$ برابر خواهد شد.

اگر یک لوزی طوری داخل مربعی قرار گیرد که رأس‌های لوزی روی ضلع‌های مربع قرار گیرد، مساحت لوزی نصف مساحت مربع خواهد شد.

اگر یک لوزی طوری داخل مستطیلی قرار گیرد که رأس‌های لوزی روی ضلع‌های مستطیل قرار گیرد، مساحت لوزی نصف مساحت مستطیل خواهد شد.

۲۰) مساحت هر چهار ضلعی که قطرهای آن بر هم عمود باشند، چگونه محاسبه می‌شود؟

مساحت هر چهار ضلعی که قطرهای آن بر هم عمود باشند از راه مساحت لوزی قابل محاسبه است. یعنی:

$$2 \div (\text{حاصل ضرب قطرها})$$

۲۱) رابطه‌ی قطر و محیط مستطیل با هم چگونه است؟

مجموع دو قطر هر مستطیل کوچک‌تر از محیط آن مستطیل است.

۲۲) از برخورد نیم‌سازهای زاویه‌های داخلی اشکال مختلف چه شکلی پدید می‌آید؟

الف) از برخورد نیم‌سازهای زاویه‌های داخلی مربع، نقطه ایجاد می‌شود.

ب) از برخورد نیم‌سازهای زاویه‌های داخلی لوزی، نقطه ایجاد می‌شود.

ج) از برخورد نیم‌سازهای زاویه‌های داخلی مثلث متساوی الاضلاع، نقطه ایجاد می‌شود.

د) از برخورد نیم‌سازهای زاویه‌های داخلی مستطیل، مربع ایجاد می‌شود.

ح) از برخورد نیم‌سازهای زاویه‌های داخلی متوازی الاضلاع، مستطیل ایجاد می‌شود.

۲۳) چهار ضلعی‌ها خانواده‌ی متوازی الاضلاع کدامند؟

متوازی الاضلاع، لوزی، مربع و مستطیل

۲۴) رابطه‌ی خط تقارن با چند ضلعی‌های منتظم

در چند ضلعی‌های منتظم، شکل‌ها به اندازه‌ی تعداد اضلاعشان خط تقارن دارند.

۲۵) رابطه‌ی مرکز تقارن با چند ضلعی‌های منتظم

الف) اگر تعداد اضلاع چند ضلعی منتظم زوج باشد، مرکز تقارن دارد.

ب) اگر تعداد اضلاع چند ضلعی منتظم مفرد باشد، مرکز تقارن ندارد.

۲۶) کدام‌یک از چهار ضلعی‌های خانواده‌ی متوازی الاضلاع، منتظم است؟

مربع

۲۷) کدام یک از سه ضلعی‌ها منتظم است؟

مثلث متساوی الاضلاع

۲۸) در کدام یک از اشکال هندسی قطرها، خط تقارن و نیم‌ساز نیز می‌باشند؟

مربع و لوزی

۲۹) در کدام یک از چهار ضلعی‌ها قطرها، هم خط تقارن و هم نیم‌ساز نمی‌باشند؟

مستطیل، دوزنقه و متوازی الاضلاع

۳۰) کدام یک از چهار ضلعی‌ها، خط تقارن ندارند؟

متوازی الاضلاع، دوزنقه‌ی غیر متساوی الساقین (فقط دوزنقه‌ی متساوی الساقین خط تقارن دارد. آن هم یک خط تقارن)

۳۱) کدام یک از چهار ضلعی‌ها، خط تقارن بیش‌تری دارد؟

الف) مربع (۴ خط تقارن دارد.)

ب) مستطیل و لوزی (هر کدام ۲ خط تقارن دارند.)

ج) دوزنقه‌ی متساوی الساقین (۱ خط تقارن دارد.)

د) متوازی الاضلاع و دوزنقه‌ی غیر متساوی الساقین (خط تقارن ندارند.)

۳۲) کدام یک از اشکال هندسی، مرکز تقارن دارند؟

مربع، لوزی، مستطیل و دایره

۳۳) کدام یک از اشکال هندسی، مرکز تقارن ندارند؟

دوزنقه، مثلث، نیم دایره و قسمتی از کمان دایره

۳۴) کدام یک از چند ضلعی‌ها، خط تقارن داشته ولی مرکز تقارن ندارد؟

مثلث، نیم‌دایره، قسمتی از کمان دایره، دوزنقه‌ی متساوی الساقین

۳۵) کدام یک از چند ضلعی‌ها، خط تقارن نداشته ولی مرکز تقارن ندارد؟

متوازی الاضلاع

۳۶) در کدام یک از اشکال هندسی قطرها، یکدیگر را نصف می‌کنند؟

مربع، مستطیل، لوزی، متوازی الاضلاع و دایره

۳۷) در کدام یک از اشکال هندسی قطرها، یکدیگر را نصف نمی‌کنند؟

دوزنقه

۳۸) از به هم متصل کردن وسط اضلاع مستطیل به طور متوالی، چه شکلی پدید می‌آید؟

لوزی

۳۹) از به هم متصل کردن وسط اضلاع مربع به طور متوالی، چه شکلی پدید می‌آید؟

مربع

۴۰) از به هم متصل کردن وسط اضلاع لوزی به طور متوالی، چه شکلی پدید می‌آید؟

مستطیل

(۴۱) از به هم متصل کردن وسط اضلاع متوازی الاضلاع به طور متوالی، چه شکلی پدید می‌آید؟
متوازی الاضلاع

(۴۲) از به هم متصل کردن وسط اضلاع مثلث به طور متوالی، چه شکلی پدید می‌آید؟
مثلث اصلی به چهار مثلث کوچک‌تر تقسیم می‌شود که مساحت‌های این چهار مثلث با هم مساوی است و مساحت هر کدام ربع مساحت مثلث اصلی می‌باشد.
همچنین محیط هر مثلث با هم برابر بوده و محیط هر کدام نصف محیط مثلث اصلی می‌باشد.

(۴۳) اگر از رأس‌های یک ذوزنقه به موازات قطرهای آن خطوطی رسم کنیم، چه شکلی پدید می‌آید؟
متوازی الاضلاع

(۴۴) اگر از رأس‌های یک متوازی الاضلاع به موازات قطرهای آن خطوطی رسم کنیم، چه شکلی پدید می‌آید؟
متوازی الاضلاع

(۴۵) اگر از رأس‌های یک مستطیل به موازات قطرهای آن خطوطی رسم کنیم، چه شکلی پدید می‌آید؟
لوزی

(۴۶) اگر از رأس‌های یک مربع به موازات قطرهای آن خطوطی رسم کنیم، چه شکلی پدید می‌آید؟
مربع

(۴۷) اگر از رأس‌های یک لوزی به موازات قطرهای آن خطوطی رسم کنیم، چه شکلی پدید می‌آید؟
مستطیل

(۴۸) رابطه‌ی محیط با مساحت در چند ضلعی‌ها

الف) هرگاه محیط چند شکل با هم برابر باشد، مساحت شکلی بیش‌تر است که تعداد خط‌های تقارن در آن از بقیه بیش‌تر باشد.

ب) هرگاه مساحت چند شکل با هم برابر باشد، محیط شکلی بیش‌تر است که تعداد خط‌های تقارن در آن از بقیه کم‌تر باشد.

ج) در بین چهار ضلعی‌ها با مساحت برابر، کم‌ترین محیط را مربع دارد.

(۴۹) اگر مساحت مربعی با مساحت مستطیلی برابر باشد، محیط آن‌ها نسبت به هم چگونه خواهد بود؟
در این صورت محیط مستطیل از محیط مربع بیش‌تر خواهد بود.

(۵۰) اگر سیمی را به هر یک از اشکال ۴ ضلعی (مربع، مستطیل، متوازی الاضلاع، لوزی، ذوزنقه) در آوریم، مساحت کدام یک بیش‌تر خواهد بود؟

در بین ۴ ضلعی‌ها با محیط مساوی، مربع دارای بیش‌ترین مساحت می‌باشد.

به طور کلی با محیط مساوی شکلی که تعداد خط تقارن بیش‌تری داشته باشد، مساحت بیش‌تری خواهد داشت.

(۵۱) اگر سیمی را به هر یک از اشکال ۴ ضلعی (مربع، مستطیل، متوازی الاضلاع، لوزی، ذوزنقه) و دایره در آوریم، مساحت کدام یک بیش‌تر خواهد بود؟

در بین اشکال مسطح بالا با محیط ثابت، دایره دارای بیش‌ترین مساحت می‌باشد. چون تعداد خط تقارن دایره از بقیه بیش‌تر است.

۵۲) اگر سیمی را به هر یک از اشکال ۳ ضلعی، مثلث (متساوی الاضلاع، متساوی الساقین، قائم الزاویه) در آوریم، مساحت کدام یک بیش تر خواهد بود؟

در بین ۳ ضلعی‌ها با محیط ثابت، مثلث متساوی الاضلاع دارای بیش‌ترین مساحت خواهد بود.

۵۳) محیط مثلث متساوی الاضلاعی ۳۰۰ سانتی متر است، مساحت آن را بدست آورید؟
برای بدست آوردن مساحت مثلث، نیاز به اندازه‌ی ارتفاع آن داریم.
اندازه‌ی ارتفاع مثلث متساوی الاضلاع از رابطه‌ی مقابل بدست می‌آید:

$$\text{اندازه‌ی ارتفاع} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \text{اندازه‌ی یک ضلع مثلث}$$

۵۴) هر گاه ضلع مربعی عدد صحیح باشد، رقم یکان مساحت مربع چه ارقامی می‌تواند باشد؟
رقم‌های ۰، ۱، ۴، ۵، ۶ و ۹ می‌تواند باشد.

۵۵) هر گاه ضلع مربعی عدد صحیح باشد، رقم یکان مساحت مربع چه ارقامی می‌تواند باشد؟
رقم‌های ۲، ۳، ۷ و ۸ نمی‌تواند باشد.

۵۶) اگر دو خط موازی، دو خط موازی دیگر را قطع کنند، چه شکلی پدید می‌آید؟
لوزی، مربع، مستطیل و متوازی الاضلاع (که البته همه‌ی آن‌ها متوازی الاضلاع خواهند بود).

۵۷) نکاتی در ارتباط با مثلث

الف) به اضلاع و زاویه‌ها در هر مثلث، اجزای اصلی آن مثلث می‌گویند.

ب) به میانه‌ها، ارتفاع‌ها، نیم‌سازها و عمودمنصف‌ها اجزای فرعی (در مجموع ۱۲ تا می‌باشند.) آن مثلث می‌گویند.

ج) میانه، خطی است که از رأس بر وسط ضلع مقابل فرود می‌آید و مثلث را به دو مثلث هم‌مساحت (معادل) تقسیم می‌کند.

د) در هر مثلث، عمود منصف‌های اضلاع در یک نقطه همدیگر را قطع می‌کنند که این نقطه از سه رأس مثلث به یک فاصله است.

س) در هر مثلث، نیم‌ساز زاویه‌ها در یک نقطه همدیگر را قطع می‌کنند که این نقطه از سه ضلع مثلث به یک فاصله است.

ش) در مثلث اندازه‌ی زاویه‌ی روبه‌رو به ضلع بزرگ‌تر، بیش‌تر از اندازه‌ی زاویه‌ی روبه‌رو به ضلع کوچک‌تر است.

ص) اگر قاعده‌ی یک مثلث را به چند قسمت مساوی تقسیم کرده و نقاط تقسیم را به رأس مقابل وصل کنیم، مثلث اصلی به چند مثلث هم‌مساحت (معادل) تقسیم می‌گردد.

ض) در هر مثلث پاره خطی که وسط‌های دو ضلع مثلث را به هم وصل می‌کند با ضلع سوم موازی و اندازه‌ی آن مساوی نصف اندازه‌ی ضلع سوم مثلث است.

ع) اگر قاعده‌های دو مثلث برابر باشد، نسبت مساحت‌های این دو مثلث برابر است با نسبت ارتفاع‌های آن‌ها.

غ) اگر ارتفاع‌های دو مثلث برابر باشد، نسبت مساحت‌های این دو مثلث برابر است با نسبت قاعده‌های آن‌ها.

۵۸) نکاتی در رابطه‌ی اضلاع مثلث با هم

الف) مجموع هر دو ضلع مثلث از ضلع سوم آن، بیش‌تر است. ضلع سوم > ضلع دوم + ضلع اول

ب) تفاضل هر دو ضلع مثلث از ضلع سوم آن، کم‌تر است. ضلع سوم < ضلع کوچک‌تر - ضلع بزرگ‌تر

ج) اندازه‌ی هر ضلع مثلث از نصف محیط آن مثلث کوچک‌تر است.

۵۹) نکاتی در رابطه‌ی ارتفاع مثلث

- الف) هر مثلث سه ارتفاع دارد.
- ب) مثلث‌هایی که هر سه زاویه‌ی آن تند (حاده) باشد، ارتفاع‌های آن همدیگر را در داخل مثلث قطع خواهند کرد.
(متساوی الاضلاع و متساوی الساقین)
- ج) مثلثی که یک زاویه باز (منفرجه) داشته باشد، ارتفاع‌های آن همدیگر را در خارج مثلث قطع خواهند کرد.
- د) مثلثی که یک زاویه راست (قائمه) داشته باشد، ارتفاع‌های آن همدیگر را در رأس زاویه‌ی راست مثلث قطع خواهند کرد.
- س) مثلثی که یک زاویه باز (منفرجه) داشته باشد، یک ارتفاع داخل مثلث و دو ارتفاع دیگر آن خارج از مثلث رسم خواهند شد.
- ش) مثلثی که یک زاویه راست (قائمه) داشته باشد، دو ارتفاع آن همان اضلاع زاویه‌ی قائمه‌ی آن می‌باشند و ارتفاع سوم بر وتر عمود می‌شود.

۶۰) نکاتی در ارتباط با مثلث متساوی الاضلاع

الف) هر سه ضلع آن با هم برابر است.

ب) هر سه زاویه‌ی آن با هم برابرند و اندازه‌ی هر یک ۶۰ درجه است.

ج) سه ارتفاع برابر، سه نیم‌ساز برابر، سه عمودمنصف برابر، سه خط تقارن برابر و سه میانه‌ی برابر دارد.

د) در این نوع مثلث خط تقارن می‌تواند میانه، ارتفاع و نیم‌ساز هم باشد.

س) در این نوع مثلث نیم‌ساز هر زاویه بر ضلع مقابل آن عمود است و آن را نصف می‌کند.

ش) مجموع فواصل هر نقطه داخل مثلث متساوی الاضلاع از سه ضلع با ارتفاع مثلث مساوی است.

ص) هر مثلث متساوی الاضلاع حتماً متساوی الساقین هم می‌باشد.

۶۱) نکاتی در ارتباط با مثلث قائم الزاویه

الف) در مثلث قائم الزاویه‌ی متساوی الساقین، اندازه‌ی ارتفاع وارد بر وتر برابر با نصف اندازه‌ی وتر است.

ب) اندازه‌ی وتر * اندازه‌ی وتر = (خودش * اندازه‌ی یک ضلع زاویه‌ی راست دیگر آن) + (خودش * اندازه‌ی یک ضلع زاویه‌ی راست آن)

ج) برای به دست آوردن ارتفاع وارد بر وتر در مثلث قائم الزاویه از رابطه‌ی زیر استفاده می‌شود:

وتر ÷ (حاصل ضرب دو ضلع زاویه‌ی راست مثلث)

د) ضلع روبه رو به زاویه‌ی ۳۰ درجه‌ی مثلث قائم الزاویه برابر با نصف وتر است.

ذ) در هر مثلث قائم الزاویه، اندازه‌ی میانه‌ی وارد بر وتر نصف وتر است.

س) دو ارتفاع این مثلث روی دو ضلع زاویه‌ی راست آن قرار می‌گیرند.

ش) نقطه‌ی برخورد عمودمنصف‌ها در مثلث قائم الزاویه، وسط وتر آن می‌باشد.

ص) در هر مثلث قائم الزاویه، اندازه‌ی وتر از اضلاع دیگر بزرگ‌تر است.

ض) در هر مثلث قائم الزاویه، حاصل ضرب اندازه‌های دو ضلع زاویه‌ی راست برابر است با حاصل ضرب وتر در ارتفاع نظیر وتر

ع) اگر اندازه‌ی یکی از زاویه‌های مثلث قائم الزاویه، ۱۵ درجه یا ۷۵ درجه باشد، اندازه‌ی ارتفاع وارد بر وتر آن برابر با ربع اندازه‌ی وتر است.

غ) در هر مثلث قائم الزاویه، به مرکز وسط وتر و به شعاع نصف وتر می‌توان دایره‌ای رسم کرد که از سه رأس مثلث بگذرد.

ف) $۴ \div (\text{وتر} \times \text{وتر}) = \text{مساحت مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین}$

۶۲) شرایط تساوی دو مثلث باهم

برای تساوی دو مثلث یک از حالت‌های زیر لازم است:

الف) سه ضلع از مثلثی با سه ضلع از مثلث دیگر با هم برابر باشند.

ب) دو ضلع و زاویه‌ی بین دو ضلع از یک مثلث با دو ضلع و زاویه‌ی بین دو ضلع از مثلث دیگر دو به دو مساوی باشند.

ج) دو زاویه و ضلع بین این دو زاویه از یک مثلث با دو زاویه و ضلع بین این دو زاویه از مثلث دیگر دو به دو مساوی باشند.

۶۳) شرایط رسم مثلث‌های یکسان

با داشتن حداقل یکی از موارد زیر می‌توان مثلث رسم کرد:

الف) اندازه‌ی سه ضلع

ب) اندازه‌ی دو ضلع و زاویه‌ی بین این دو ضلع

ج) اندازه‌ی دو زاویه و ضلع بین این دو زاویه

۶۴) حداقل شرط رسم مربع

با داشتن حداقل یکی از موارد زیر می‌توان مربع را رسم کرد:

الف) اندازه‌ی یک ضلع

ب) اندازه‌ی وتر

ج) اندازه‌ی محیط

د) اندازه‌ی مساحت

س) اندازه‌ی یک قطر

۶۵) حداقل شرط رسم لوزی

با داشتن حداقل یکی از موارد زیر می‌توان لوزی را رسم کرد:

الف) اندازه‌ی محیط

ب) اندازه‌ی یک ضلع

۶۶) شرط رسم لوزی

الف) اندازه‌ی محیط

ب) اندازه‌ی یک ضلع

ج) اندازه‌ی یک ضلع و یک زاویه

د) اندازه‌ی دو قطر

۶۷) حداقل شرط رسم مثلث قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین

با داشتن حداقل یکی از موارد زیر می‌توان مثلث قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین را رسم کرد:

الف) اندازه‌ی وتر

ب) اندازه‌ی یکی از ساق‌ها

۶۸) نکاتی در ارتباط با عمود منصف یک پاره خط

الف) عمود منصف یک پاره خط، خطی است که از وسط پاره خط بگذرد و بر آن عمود شود.

ب) هر نقطه‌ی واقع بر عمود منصف یک پاره خط از دو سر پاره خط به یک اندازه است.

۶۹) نکاتی در ارتباط با نیم‌ساز زاویه

هر نقطه که روی نیم‌ساز زاویه‌ای قرار بگیرد از دو ضلع آن زاویه به یک اندازه است.

۷۰) مثلث

اگر سه نقطه غیر واقع بر یک خطّ راست را دو به دو به هم وصل کنیم، شکلی به دست می‌آید که آن را مثلث می‌گویند. مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلث برابر با 180° درجه می‌باشد.

مجموع زاویه‌های خارجی هر مثلث 360° درجه می‌باشد.

پاره خطّی که وسط‌های دو ضلع یک مثلث را به هم وصل می‌کند با ضلع سوم موازی و مساوی نصف آن است. اگر از وسط یک ضلع مثلثی به موازات ضلع دیگر رسم کنیم از وسط ضلع سوم می‌گذرد. میانه‌ی هر مثلث آن را به دو مثلث معادل (هم مساحت) تقسیم می‌کند.

اگر یک ضلع از مثلثی با یک ضلع از مثلث دیگر مساوی باشند، نسبت مساحت‌های آن دو مثلث با نسبت ارتفاع‌های وارد بر آن اضلاع مساوی است.

خطّی که وسط‌های دو ضلع مثلث را به هم وصل کند به اندازه‌ی نصف ضلع سوم مثلث می‌باشد. در هر مثلث نقطه‌ی برخورد نیم‌سازهای زاویه‌های داخلی از سه ضلع مثلث به یک فاصله می‌باشند. در هر مثلث نقطه‌ی برخورد عمود منصف‌های سه ضلع از سه رأس مثلث به یک فاصله می‌باشند.

۷۱) اجزای فرعی مثلث :

ارتفاع : پاره خطّی که از رأس مثلث به ضلع مقابل آن عمود شود، ارتفاع نامیده می‌شود.

نیم‌ساز : پاره خطّی که زاویه‌ی مثلث را نصف کند و به ضلع مقابل آن محدود باشد نیم‌ساز نامیده می‌شود.

میانه : پاره خطّی که رأس مثلث را به وسط ضلع مقابل آن وصل کند، میانه نامیده می‌شود.

عمود منصف : عمود منصف هر ضلع مثلث، خطّی است که از وسط آن بگذرد و بر آن عمود باشد.

انواع مثلث**۷۲) مثلث متساوی الساقین :**

مثلثی که دو ضلع آن مساوی باشند، متساوی الساقین نامیده می‌شود. این دو ضلع مساوی را ساق و محلّ برخورد دوساق را رأس مثلث متساوی الساقین می‌نامند. ضلع سوم مثلث قاعده نام دارد.

در مثلث متساوی الساقین، زاویه‌های روبروی دو ساق با هم مساویند.

در مثلث متساوی الساقین نیم‌ساز زاویه‌ی رأس، ارتفاع، میانه و عمود منصف نظیر قاعده نیز می‌باشد. در مثلث متساوی الساقین، ارتفاع‌های نظیر دوساق برابرند.

در مثلث متساوی الساقین، وسط قاعده‌ی آن از دو ساق به یک اندازه است.

در مثلث متساوی الساقین، هر نقطه واقع بر ارتفاع نظیر قاعده از دو ساق به یک فاصله است.

در مثلث متساوی الساقین، ارتفاع نظیر قاعده، نیم‌ساز نیز هست.

مجموع فواصل هر نقطه روی قاعده از دوساق با ارتفاع نظیر ساق برابر است.

دارای یک محور تقارن می‌باشد.

(۷۳) مثلث متساوی الاضلاع :

- مثلثی که سه ضلع آن مساوی باشند ، مثلث متساوی الاضلاع نامیده می شوند .
- در مثلث متساوی الاضلاع سه زاویه با هم مساویند .
- در مثلث متساوی الاضلاع ، میانه های هر سه ضلع آن با هم مساویند .
- در مثلث متساوی الاضلاع میانه ، ارتفاع ، نیم ساز و خط تقارن آن بر هم منطبق می باشند .
- نیم ساز هر زاویه بر ضلع مقابل آن عمود بوده و آن را نصف می کند .
- محل تلاقی عمود منصف ها داخل مثلث می باشد .
- محل تلاقی عمود منصف اضلاع هر سه رأس مثلث به یک فاصله است .
- دارای سه محور تقارن است .

(۷۴) مثلث قائم الزاویه :

- مثلثی که یک زاویه ی آن قائمه « راست » باشد ، مثلث قائم الزاویه نامیده می شود .
- ضلع مقابل به زاویه ی قائمه را وتر مثلث می نامند .
- محل تلاقی عمود منصف ها ، وسط وتر است .
- اندازه ی وتر از دو ضلع دیگر آن بزرگتر است .
- در مثلث قائم الزاویه مربع وتر با مجموع مربع های دو ضلع دیگر آن برابر است .
- در مثلث قائم الزاویه ی متساوی الساقین ، اندازه ی ارتفاع وارد بر وتر نصف وتر است .
- در مثلث قائم الزاویه ی متساوی الساقین ، یکی از زاویه ها ۹۰ درجه و دو زاویه ی دیگر آن تند بود و باهم برابر بوده و هر زاویه ۴۵ درجه می باشد .

انواع چهار ضلعی ها**(۷۵) متوازی الاضلاع :**

متوازی الاضلاع ، چهار ضلعی است که اضلاع آن دو بدو موازی باشند .

(۱۰۵) خواص متوازی الاضلاع :

- ۱ - در متوازی الاضلاع زاویه های مجاور مکملند .
- ۲ - در متوازی الاضلاع زاویه های مقابل مساویند .
- ۳ - در متوازی الاضلاع ضلع های مقابل با هم برابرند .
- ۴ - در متوازی الاضلاع قطر ها ، منصف یکدیگرند .

بنابراین :

- هر چهار ضلعی که زاویه های مجاور آن مکمل هم باشند ، متوازی الاضلاع است .
- هر چهار ضلعی که زاویه های مقابلش مساوی باشند ، متوازی الاضلاع است .
- هر چهار ضلعی که اضلاع مقابلش مساوی باشند ، متوازی الاضلاع است .
- هر چهار ضلعی که قطرهای آن منصف یکدیگر باشند ، متوازی الاضلاع است .
- هر چهار ضلعی که دو ضلع مقابل آن موازی و مساوی باشند ، متوازی الاضلاع است .
- اگر وسط های متوازی الاضلاع را به طور متوالی به هم متصل کنیم چهار ضلعی حاصل نیز متوازی الاضلاع خواهد بود .

قطرهای متوازی الاضلاع آن را به چهار ناحیه‌ی هم مساحت تقسیم می‌کند.
 اگر نیم سازه‌های همه‌ی زاویه‌های یک متوازی الاضلاع را رسم کنیم از برخورد آن‌ها یک مستطیل پدید می‌آید.
 در متوازی الاضلاع نیم سازه‌های دو زاویه‌ی مجاور به یک ضلع بر هم عمودند.
 متوازی الاضلاع محور تقارن ندارد اما نقطه‌ی بر دو قطر آن مرکز تقارن آن می‌باشد.
(۷۶) مستطیل :

چهار ضلعی که تمام زاویه‌های آن قائمه باشند، مستطیل نامیده می‌شود.
 بنابراین، مستطیل، نوعی متوازی الاضلاع است.

(۷۷) خواص مستطیل :

- ۱- با توجه به این که مستطیل نوعی متوازی الاضلاع است، پس همه‌ی خواص متوازی الاضلاع را داراست.
- ۲- قطرهای مستطیل با هم برابرند. و یکدیگر را نصف می‌کنند.

(۷۸) نکته :

آیا می‌توان گفت، هر چهار ضلعی که قطرهایش مساوی باشند، مستطیل است؟
 پاسخ منفی است. چون دوزنقه‌ی متساوی الساقین دارای دو قطر مساوی است.
 ۳- متوازی الاضلاعی که اقطارش مساوی باشند، مستطیل است.
 از برخورد نیم سازه‌های هر ۴ زاویه‌ی مستطیل با هم، یک مربع پدید می‌آید.
 اگر وسط‌های اضلاع مستطیل را به طور متوالی به هم متصل کنیم چهار ضلعی حاصل لوزی خواهد بود.
 ضلع‌های مجاور هم، بر هم عمودند.
 ۲ محور تقارن داشته و مرکز تقارن نیز دارد.

(۷۹) لوزی :

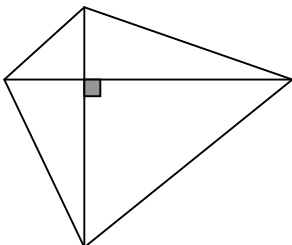
چهار ضلعی که چهار ضلع آن مساوی باشند، لوزی نامیده می‌شود.
 چون هر چهار ضلعی که ضلع‌های مقابل آن دوبرو مساوی باشند، متوازی الاضلاع است، بنابراین، لوزی خود، نوعی متوازی الاضلاع است.

(۸۰) خواص لوزی :

- ۱- با توجه به این که لوزی نوعی متوازی الاضلاع است، پس همه‌ی خواص متوازی الاضلاع را داراست.
- ۲- قطرهای لوزی عمود منصف همند.
- ۳- هر قطر لوزی نیم سازه‌های دو زاویه‌ی مقابل لوزی است.
 از برخورد نیم سازه‌های زوایای لوزی با هم، یک نقطه پدید می‌آید.
 مجموع هر دو زاویه‌ی مجاور هم ۱۸۰ درجه می‌باشد.
 اگر وسط‌های اضلاع لوزی را به طور متوالی به هم متصل کنیم چهار ضلعی حاصل مستطیل خواهد بود.
 تنها لوزی که مستطیل نیز می‌باشد، مربع است.
 ۲ محور تقارن داشته و مرکز تقارن نیز دارد.

(۸۱) نکته :

آیا می‌توان گفت هر چهار ضلعی که قطرهایش بر هم عمود باشند، لوزی است؟
 پاسخ: خیر در شکل مقابل قطرها بر هم عمودند ولی شکل لوزی نیست.



متوازی الاضلاعی که قطرهای آن بر هم عمود باشند ، لوزی است .

متوازی الاضلاعی که هر قطر آن نیم ساز دو زاویه ی مقابل باشند ، لوزی است .

۸۲) مربع :

مربع چهار ضلعی است که چهار ضلع آن مساوی و چهار زاویه ی آن قائمه هستند .

بنابراین ، مربع ، هم نوعی لوزی و هم نوعی مستطیل و در نتیجه نوعی متوازی الاضلاع است .

مربع تمام خواص متوازی الاضلاع و مستطیل و لوزی را دارا است .

از برخورد نیم سازهای زاویه های مربع با هم ، یک نقطه پدید می آید .

قطرها ، نیم ساز زاویه ها نیز می باشد .

اگر وسط های اضلاع مربع را به طور متوالی به هم متصل کنیم چهار ضلعی حاصل مربع خواهد بود .

تنها مستطیلی که لوزی نیز می باشد ، مربع می باشد .

۴ محور تقارن داشته و مرکز تقارن نیز دارد .

۸۳) دوزنقه :

چهار ضلعی که فقط دو ضلع آن با هم موازی باشند ، دوزنقه نامیده می شوند که در آن ، دو ضلع موازی را قاعده و دو ضلع

غیر موازی را ساق های دوزنقه می گویند .

۸۴) خاصیت دوزنقه :

در دوزنقه زاویه های مجاور به هر ساق مکمل یکدیگرند .

۸۵) دوزنقه ی قائم الزاویه :

دوزنقه ای که یک ساق آن بر دو قاعده عمود شده باشد ، دوزنقه ی قائم الزاویه نامیده می شود که این ساق را ساق قائم و

ساق دیگر را ساق مایل می گویند .

۸۶) دوزنقه ی متساوی الساقین :

دوزنقه ای که دو ساق آن با هم برابر باشند ، دوزنقه ی متساوی الساقین نامیده می شود .

۸۷) خواص دوزنقه ی متساوی الساقین :

در دوزنقه ی متساوی الساقین زاویه های مجاور به هر قاعده مساویند .

در دوزنقه ی متساوی الساقین ، قطرها با هم برابرند .

یک محور تقارن داشته و مرکز تقارن ندارد .

۸۸) نکته :

پاره خطی که وسط های دوساق دوزنقه را به هم متصل کند ، با دو قاعده موازی و به اندازه ی نصف مجموع قاعده های آن

می باشد .

۸۹) ویژگی‌های کلی متوازی الاضلاع و خانواده‌ی آن

نام شکل	ویژگی اضلاع	ویژگی زاویه‌ها	ویژگی قطرها
متوازی الاضلاع	۱ - اضلاع روبه رو به هم موازی هستند. ۲ - اضلاع روبه رو به هم مساوی هستند.	۱ - زاویه‌های روبه رو به هم مساوی هستند. ۲ - مجموع زاویه‌های کنار هم برابر ۱۸۰ درجه است.	قطرها هم دیگر را نصف می‌کنند.
مستطیل	۱ - اضلاع روبه رو به هم موازی هستند. ۲ - اضلاع روبه رو به هم مساوی هستند. ۳ - اضلاع، دو به دو بر هم عمودند.	۱ - هر چهار زاویه با هم برابر و برابر ۹۰ درجه هستند. ۲ - مجموع زاویه‌های روبه رو به هم با زاویه‌های کنار هم برابر ۱۸۰ درجه است.	۱ - قطرها هم دیگر را نصف می‌کنند. ۲ - قطرها با هم مساوی هستند.
لوزی	۱ - اضلاع روبه رو به هم موازی هستند. ۲ - هر چهار ضلع با هم مساوی هستند.	۱ - زاویه‌های روبه رو به هم مساوی هستند. ۲ - مجموع زاویه‌های کنار هم برابر ۱۸۰ درجه است. ۳ - زاویه‌ها توسط قطرها نصف می‌شوند.	۱ - قطرها هم دیگر را نصف می‌کنند. ۲ - قطرها بر هم عمودند. ۳ - قطرها نیم‌ساز زاویه‌ها هستند.
مربع	۱ - اضلاع روبه رو به هم موازی هستند. ۲ - هر چهار ضلع با هم مساوی هستند. ۳ - اضلاع، دو به دو بر هم عمودند.	۱ - هر چهار زاویه با هم برابر و برابر ۹۰ درجه هستند. ۲ - مجموع زاویه‌های روبه رو به هم با زاویه‌های کنار هم برابر ۱۸۰ درجه است. ۳ - زاویه‌ها توسط قطرها نصف می‌شوند.	۱ - قطرها هم دیگر را نصف می‌کنند. ۲ - قطرها بر هم عمودند. ۳ - قطرها نیم‌ساز زاویه‌ها هستند. ۴ - قطرها با هم مساوی هستند.

۹۰) با هر ۵ چوب کبریت یک ۵ ضلعی، با هر ۹ چوب کبریت دو ۵ ضلعی مجاور هم و با هر ۱۳ چوب کبریت سه ۵ ضلعی مجاور هم می‌توان درست کرد. برای درست کردن هشت ۵ ضلعی مجاور هم به چند چوب کبریت نیاز می‌باشد؟

از رابطه‌ی مقابل استفاده می‌کنیم: تعداد چوب‌های مورد نیاز = $(۴ \times \text{تعداد } ۵ \text{ ضلعی خواسته شده}) + ۱$

۹۱) با هر ۴ چوب کبریت یک مربع، با هر ۷ چوب کبریت دو مربع مجاور هم و با هر ۱۰ چوب کبریت سه مربع مجاور هم می‌توان درست کرد. برای درست کردن شش مربع مجاور هم به چند چوب کبریت نیاز می‌باشد؟

از رابطه‌ی مقابل استفاده می‌کنیم: تعداد چوب‌های مورد نیاز = $(۳ \times \text{تعداد مربع‌های خواسته شده}) + ۱$

۹۲) با هر ۳ چوب کبریت یک مثلث، با هر ۵ چوب کبریت دو مثلث مجاور هم و با هر ۷ چوب کبریت سه

مثلث مجاور هم می‌توان درست کرد. برای درست کردن پنج مثلث مجاور هم به چند چوب کبریت نیاز

می‌باشد؟

از رابطه ی مقابل استفاده می کنیم : تعداد چوب های مورد نیاز = $1 + (2 \times \text{تعداد مثلث های خواسته شده})$
 (۹۳) با رسم قطرهای یک ۷ ضلعی ، چند مثلث ایجاد می شود که رأس های آن ها روی محیط ۷ ضلعی قرار بگیرند . (هر سه نقطه روی یک راستا قرار نگیرند .)
 از رابطه ی زیر بدست می آید :

$$6 \div (2 - \text{تعداد اضلاع}) \times (1 - \text{تعداد اضلاع}) \times \text{تعداد اضلاع}$$

(۹۴) در یک صفحه ی شطرنجی مربع شکل 5×5 چند مربع تشکیل می شود ؟

از رابطه ی زیر بدست می آید :

$$6 \div (1 + \text{دو برابر تعداد مربع ها}) \times (1 + \text{تعداد مربع ها}) \times \text{تعداد مربع ها}$$

(۹۵) در یک صفحه ی شطرنجی مربع شکل 4×4 چند مستطیل تشکیل می شود ؟ (با این تذکر که هر مربع ، مستطیل هم می باشد .)

از رابطه ی زیر بدست می آید :

$$\{2 \div (1 + \text{تعداد مربع ها}) \times \text{تعداد مربع ها}\} \times \{2 \div (1 + \text{تعداد مربع ها}) \times \text{تعداد مربع ها}\}$$

(۹۶) در یک صفحه ی شطرنجی مربع شکل 4×5 چند مستطیل تشکیل می شود ؟ (با این تذکر که هر مربع ، مستطیل هم می باشد .)

اگر m را تعداد مربع‌های هر ردیف و n را تعداد مربع‌های هر ستون در نظر بگیریم از رابطه ی زیر بدست می آید :

$$\left\{ \frac{n \times (n + 1)}{2} \right\} \times \left\{ \frac{m \times (m + 1)}{2} \right\}$$

(۹۷) می خواهیم دور تا دور استخری به ابعاد ۵ متر را رنگ کنیم ، چند متر مربع را باید رنگ کنیم ؟

برای انجام این مسئله نیاز به مساحت جانبی مکعب مربع داریم که از رابطه ی زیر محاسبه می شود :

$$\text{مساحت یک وجه} \times 4 = \text{مساحت جانبی مکعب مربع}$$

$$4 \times \{ (\text{یک ضلع}) \times (\text{یک ضلع}) \}$$

$$\text{ارتفاع} \times \text{محیط قاعده} = \text{مساحت جانبی مکعب مربع}$$

(۹۸) می خواهیم دور تا دور استخری به ابعاد ۵ ، ۶ ، ۴ متر را رنگ کنیم ، چند متر مربع را باید رنگ کنیم ؟

برای انجام این مسئله نیاز به مساحت جانبی مکعب مستطیل داریم که از رابطه ی زیر محاسبه می شود :

$$\text{ارتفاع} \times \{ (\text{عرض} + \text{طول}) \times 2 \} = \text{مساحت جانبی مکعب مستطیل}$$

$$\text{ارتفاع} \times \text{محیط قاعده} = \text{مساحت جانبی مکعب مستطیل}$$

(۹۹) می خواهیم با مقوا مکعب مربعی که هر بعد آن ۵ سانتی متر است را بسازیم . چند سانتی متر مربع مقوا

نیاز داریم ؟

برای انجام این مسئله نیاز به مساحت کل مکعب مربع داریم که از رابطه ی زیر محاسبه می شود :

$$\text{مساحت یک وجه مکعب} \times 6 = \text{مساحت کل مکعب مربع}$$

$$6 \times \{ (\text{یک ضلع}) \times (\text{یک ضلع}) \}$$

۱۰۰) می‌خواهیم با مقوا مکعب مستطیلی که به ابعاد ۵ و ۴ و ۳ سانتی متر است را بسازیم. چند سانتی متر مربع مقوا نیاز داریم؟

برای انجام این مسئله نیاز به مساحت کل مکعب مستطیل داریم که از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$\{ (ارتفاع \times عرض) + (ارتفاع \times طول) + (عرض \times طول) \} \times ۲ = مساحت کل مکعب مستطیل$$

۱۰۱) ضلع مکعب مربعی را ۵ برابر می‌کنیم، حجم آن چند برابر می‌شود؟

افزایش برابر شده‌ی حجم = (عدد برابر شده \times عدد برابر شده \times عدد برابر شده)

۱۰۲) محیط مکعب مربعی که هر بعد آن ۵ سانتی متر است، چند سانتی متر خواهد بود؟

برای انجام این مسئله نیاز به محیط کل مکعب مربع داریم که از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

اندازه‌ی یک یال \times تعداد یال‌ها

اندازه‌ی یک ضلع $\times ۱۲$

۱۰۳) محیط مکعب مستطیلی که ابعاد آن ۵ و ۴ و ۳ سانتی متر است، چند سانتی متر خواهد بود؟

برای انجام این مسئله نیاز به محیط کل مکعب مستطیل داریم که از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

(ارتفاع + عرض + طول) $\times ۴$

۱۰۴) محیط گسترده‌ی مکعب مربعی که هر بعد آن ۵ سانتی متر است، چند سانتی متر خواهد بود؟

برای انجام این مسئله نیاز به محیط کل گسترده‌ی مکعب مربع داریم که از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

اندازه‌ی یک ضلع $\times ۱۴$

۱۰۵) حجم جسمی درون ظرف آب

برای به دست آوردن حجم جسم درون آب از رابطه‌ی زیر استفاده می‌شود:

حجم جسم = ارتفاع آبی که بالا آمده \times مساحت قاعده‌ی ظرف

۱۰۶) جسمی با حجم معین درون آب چه مقدار آب را بالا می‌آورد؟

برای به دست آوردن ارتفاع آب از رابطه‌ی زیر استفاده می‌شود:

ارتفاع آب بالا آمده = مساحت قاعده‌ی ظرف \div حجم جسم درون آب

۱۰۷) نکته‌هایی در باره‌ی مکعب:

الف) حجم مکعبی به ضلع یک سانتی متر برابر یک سانتی متر مکعب است.

ب) حجم مکعبی به ضلع یک متر برابر یک متر مکعب است.

ج) هر متر مکعب برابر ۱۰۰۰۰۰۰ سانتی متر مکعب است.

د) هر لیتر ۱۰۰۰ سانتی متر مکعب است.

ذ) هر متر مکعب ۱۰۰۰ لیتر است.

ر) اگر ضلع مکعبی را در یک عدد ضرب کنیم، حجم مکعب سه بار در همان عدد ضرب می‌شود.

ز) اگر همه‌ی ابعاد یک مکعب مستطیل را در یک عدد ضرب کنیم حجم مکعب مستطیل سه بار در همان عدد ضرب می‌شود.

س) اگر همه‌ی ابعاد یک مکعب مستطیل را در یک عدد ضرب کنیم مساحت جانبی و مساحت کل مکعب مستطیل دو بار در همان عدد ضرب می‌شود.

۱۰۸) تعریف چند وجهی:

چند وجهی، بخشی از فضا است که از هر طرف به یک چند ضلعی مسطح محدود است.

چند وجهی، جسمی است که از هر طرف به یک چند ضلعی مسطح محدود باشد، به طوری که هر دو چند ضلعی مجاور، دارای یک ضلع مشترک باشند، و هر ضلع فقط مابین دو چند ضلعی مشترک باشد، نه بیش‌تر.

هر چند وجهی حداقل دارای چهار وجه (رویه) است، زیرا سه صفحه فقط می‌توانند یک کنج (زاویه) سه وجهی تشکیل دهند.

۱۰۹) چند وجهی‌های منتظم:

اگر تمام وجه‌های چند وجهی، چند ضلعی‌های منتظم متساوی باشند و همه‌ی کنج‌هایی (زاویه‌هایی) که در رأس‌های جسم تشکیل می‌شوند برابر باشند، چند وجهی را منتظم گویند.

۱۱۰) ویژگی‌های چند وجهی‌های منتظم:

الف) منتظم بودن وجه‌ها (رویه‌ها)

ب) مساوی بودن وجه‌ها

ج) مساوی بودن کنج‌ها (زاویه‌ها)

۱۱۱) انواع چند وجهی‌های منتظم:

الف) چهار وجهی منتظم

ب) هشت وجهی منتظم

ج) دوازده وجهی منتظم

د) بیست وجهی منتظم

ر) شش وجهی منتظم

الف) چهار وجهی منتظم:

چهار وجهی منتظم، چند وجهی است که از چهار مثلث متساوی الاضلاع هم اندازه تشکیل می‌شود.

چهار وجهی منتظم چهار رأس، چهار وجه و شش یال (پاره خط‌هایی که از برخورد دو وجه ایجاد می‌شود) دارد.

ب) هشت وجهی منتظم:

هشت وجهی منتظم از هشت مثلث متساوی الاضلاع هم اندازه تشکیل می‌شود.

هشت وجهی منتظم ۶ رأس، ۱۲ یال و ۸ وجه دارد.

ج) دوازده وجهی منتظم:

دوازده ضلعی منتظم از دوازده پنج ضلعی منتظم مساوی به وجود می‌آید.

دوازده ضلعی منتظم دارای ۲۰ رأس، ۳۰ یال و ۱۲ وجه است.

د) بیست وجهی منتظم:

بیست وجهی منتظم از بیست مثلث متساوی الاضلاع هم اندازه به وجود می‌آید.
بیست وجهی منتظم دارای ۳۰ یال، ۱۲ رأس و ۲۰ وجه است.

ر) شش وجهی منتظم: (مکعب مربع)

شش وجهی منتظم، شکلی است فضایی که از شش وجه مربع شکل مساوی تشکیل شده است.
مکعب منشوری است که قاعده‌ها و وجه‌های جانبی آن مربع باشند.

مکعب دارای ۶ وجه مربع شکل هم اندازه، ۱۲ یال هم اندازه و ۸ رأس است. هر رأس سه زاویه‌ی راست می‌سازد و در مجموع دارای ۲۴ زاویه‌ی راست است.

گسترده‌ی مکعب مربع دارای ۱۴ یال هم اندازه است

(۱۱۲) حجم مکعب مربع:

حجم مکعب مربع، عبارت است از :

الف (اندازه‌ی یک بعد (یال) × اندازه‌ی یک بعد (یال) × اندازه‌ی یک بعد (یال)

یا

ب (مساحت قاعده × ارتفاع نظیر آن قاعده

(۱۱۳) مساحت جانبی مکعب مربع:

مساحت جانبی مکعب مربع عبارت است از:

مجموع مساحت‌های وجه‌های جانبی مکعب (وجه‌های اطراف مکعب) و چون در مکعب هر یک از وجه‌های جانبی آن مربع مساوی می‌باشند، بنابراین:

از رابطه‌ی زیر می‌توان مساحت جانبی مکعب را محاسبه نمود.

۴ × مساحت یک وجه مکعب (وجه مربع شکل)

یا

ارتفاع × محیط قاعده

(۱۱۴) محیط مکعب مربع:

چون مکعب مربع دارای ۱۲ یال هم اندازه است، بنابراین محیط آن عبارت است از :

۱۲ × اندازه‌ی یک یال مکعب

(۹۴) مکعب مستطیل:

مکعب مستطیل، منشور قائمی است که قاعده‌های آن مربع یا مستطیل باشند.

وجه‌های جانبی مکعب مستطیل، مربع یا مستطیل‌اند.

وجه‌های مقابل هم متوازی و متساوی هستند.

سه یال هم‌رس مکعب مستطیل عبارتند از: طول، عرض و ارتفاع

بنابراین حجم مکعب مستطیل از رابطه‌های زیر قابل محاسبه هستند

الف (ارتفاع × عرض × طول

یا

ب) مساحت قاعده \times ارتفاع نظیر آن قاعده

۱۱۵) مساحت جانبی مکعب مستطیل:

مساحت جانبی مکعب مستطیل از رابطه‌های زیر قابل محاسبه هستند:

$$\text{الف) ارتفاع} \times \{ \text{عرض} + \text{طول} \} \times ۲$$

یا

$$\text{ب) ارتفاع} \times \text{محیط قاعده}$$

۱۱۶) مساحت کل مکعب مستطیل:

مساحت کل مکعب مستطیل عبارت است از:

$$\{ (\text{ارتفاع} \times \text{عرض}) + (\text{ارتفاع} \times \text{طول}) + (\text{عرض} \times \text{طول}) \} \times ۲$$

۱۱۷) محیط مکعب مستطیل:

محیط مکعب مستطیل از رابطه‌ی زیر قابل محاسبه است:

$$۴ \times (\text{ارتفاع} + \text{عرض} + \text{طول})$$

۱۱۸) عناصر مختلف انواع چند وجهی‌های منتظم در یک نگاه

عناصر جسم	یال	رأس	وجه	زاویه‌های هر رأس	وجوه محصور کننده
چهار وجهی	۶	۴	۴	۳	مثلث متساوی الاضلاع
هشت وجهی	۱۲	۶	۸	۴	مثلث متساوی الاضلاع
بیست وجهی	۳۰	۱۲	۲۰	۵	مثلث متساوی الاضلاع
شش وجهی	۱۲	۸	۶	۳	مربع
دوازده وجهی	۳۰	۲۰	۱۲	۳	پنج ضلعی منتظم

۱۱۹) نکاتی در باره‌ی دایره:

- الف) اگر فاصله‌ی یک نقطه تا مرکز دایره از شعاع دایره کوچک‌تر باشد، نقطه داخل دایره است.
 ب) اگر فاصله‌ی یک نقطه تا مرکز دایره با شعاع دایره مساوی باشد، نقطه روی دایره است.
 ج) اگر فاصله‌ی یک نقطه تا مرکز دایره از شعاع دایره بزرگ‌تر باشد، نقطه خارج دایره است.
 د) مرکز دایره، مرکز تقارن آن نیز می‌باشد.
 ذ) اگر محیط دایره را بر شعاع آن تقسیم کنیم حاصل برابر با $(\frac{3}{14} \times 2)$ خواهد شد.
 ر) اگر شعاع دایره را A برابر کنیم، محیط آن A برابر خواهد شد. (اگر شعاع دایره در یک عددی ضرب شود، محیط آن نیز در همان عدد ضرب می‌شود).
 ز) اگر شعاع دایره را A برابر کنیم، مساحت آن $(A \times A)$ برابر خواهد شد. (اگر شعاع دایره در یک عددی ضرب شود، مساحت آن دوبار در همان عدد ضرب می‌شود).
 س) نسبت مساحت هر دایره به محیط آن همواره برابر نصف شعاع دایره است.

۱۲۰) نکاتی در ارتباط با دایره و مربع

- الف) هرگاه قطر دایره با قطر مربع برابر باشد، مربع داخل دایره قرار می‌گیرد در نتیجه محیط و مساحت دایره از محیط و مساحت مربع بیش‌تر خواهد بود.
 ب) هرگاه قطر دایره با ضلع مربع برابر باشد، دایره داخل مربع قرار می‌گیرد در نتیجه محیط و مساحت مربع از محیط و مساحت دایره بیش‌تر خواهد بود.

۱۲۱) نکاتی دیگر در باره‌ی دایره:

مجموعه نقاطی از یک صفحه است که فاصله‌ی آن نقاط از نقطه‌ای ثابت موسوم به مرکز به یک اندازه‌ی ثابت باشد.	دایره
به فاصله‌ی هر نقطه از مرکز دایره، تا نقطه‌ای بر روی دایره، شعاع گویند.	شعاع دایره
به وتری از دایره گویند که از مرکز دایره عبور کرده و اندازه‌ی آن دو برابر اندازه‌ی شعاع دایره می‌باشد.	قطر دایره
به بخشی از دایره که بین دو نقطه‌ی از روی آن محدود شده باشد، کمان دایره گویند.	کمان دایره
به پاره خطی که دو سر آن، دو نقطه از روی دایره باشد، وتر گویند.	وتر
الف) نقطه داخل دایره است که در این صورت فاصله‌ی نقطه تا مرکز دایره از شعاع کوچک‌تر است.	وضعیت یک نقطه و دایره نسبت به هم
ب) نقطه روی دایره است که در این صورت فاصله‌ی نقطه تا مرکز دایره با شعاع برابر است.	
ج) نقطه خارج دایره است که در این صورت فاصله‌ی نقطه تا مرکز دایره از شعاع بزرگ‌تر است.	
الف) خط دایره را در دو نقطه قطع می‌کند که در این صورت فاصله‌ی خط تا مرکز دایره از شعاع کوچک‌تر است.	اوضاع نسبی خط و دایره
ب) خط بر دایره مماس است که در این صورت فاصله‌ی خط تا مرکز دایره با شعاع برابر است.	
ج) خط خارج دایره است که در این صورت فاصله‌ی خط تا مرکز دایره از شعاع بزرگ‌تر است.	
الف) دو دایره دو نقطه‌ی مشترک دارند، در این صورت طول پاره خطی که دو مرکز را به هم وصل می‌کند (خط‌المركزین)، از مجموع دو شعاع کوچک‌تر و از تفاضل دو شعاع بزرگ‌تر است.	اوضاع نسبی دو دایره

مجموعه فرمول‌های میان‌بر هندسه برای حل مسائل ریاضی

ب) دو دایره فقط یک نقطه ی مشترک دارند، که خود دارای دو حالت است :

۱ - مماس خارجی : که در این صورت طول خط‌المركزین با مجموع دو شعاع برابر است .

۲ - مماس داخلی : در این صورت طول خط‌المركزین با تفاضل دو شعاع برابر است .

ج) دو دایره هیچ نقطه ی مشترکی ندارند ، که خود دارای دو حالت است :

۱ - متخارج : که در این صورت طول خط‌المركزین از مجموع دو شعاع بزرگتر است .

۲ - متداخل : که در این صورت طول خط‌المركزین از تفاضل دو شعاع کوچکتر است.

دایره ی محیطی مثلث دایره ای است که از سه رأس مثلث بگذرد . مرکز این دایره محل تلاقی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث می باشد که از سه رأس مثلث به یک فاصله است و شعاع دایره فاصله ی نقطه ی برخورد عمودمنصف‌ها تا رئوس مثلث می باشد .

دایره ی محیطی

مثلث

دایره ی محاطی مثلث دایره ای است که بر سه ضلع مثلث مماس است . مرکز این دایره نقطه ی تلاقی نیمسازهای زوایای مثلث می باشد که طبق خاصیت نیمساز از سه ضلع مثلث به یک فاصله است . شعاع این دایره به اندازه ی فاصله ی نقطه ی برخورد نیمسازها تا اضلاع مثلث می باشد .

دایره محاطی مثلث

نکاتی در باره ی ساعت :

عقربه‌های ساعت شمار و دقیقه شمار در هر شبانه روز ۲۲ بار روی هم منطبق می‌شوند.

عقربه‌های ساعت شمار و دقیقه شمار در هر شبانه روز ۲۲ بار زاویه ی نیم صفحه می‌سازند..

عقربه‌های ساعت شمار و دقیقه شمار در هر شبانه روز ۴۴ بار زاویه ی راست (قائمه) می‌سازند..

عقربه ی ساعت شمار در هر ساعت یک زاویه ی ۳۰ درجه را طی می‌کند.

عقربه ی دقیقه شمار در هر دقیقه یک زاویه ی ۶ درجه را طی می‌کند.

زاویه ی بین دو عقربه ی ساعت شمار و دقیقه شمار از فرمول زیر محاسبه می‌شود:

تفاوت بین ($۵/۵ \times$ عدد دقیقه) و ($۳۰ \times$ عدد ساعت)

$$(۳۰ \times ۵/۵) = ۱۶۵$$

$$(۳ \times ۳۰) = ۹۰$$

$$۱۶۵ - ۹۰ = ۷۵$$

اگر عدد به دست آمده در مرحله ی آخر از ۱۸۰ بیش‌تر باشد، باید آن را از ۳۶۰ کم کنیم.

ساعتی که در هر شبانه روز N دقیقه تند و یا کند کار می‌کند:

الف) پس از چند شبانه روز وقت صحیح را نشان می‌دهد: از فرمول : $N \div ۷۲۰$ استفاده می‌شود.

ب) پس از چند ساعت ، همان ساعت را نشان می‌دهد: از فرمول : $(N \div ۷۲۰) \times ۲$ استفاده می‌شود.

ج) دو ساعت با هم یکسان تنظیم شده‌اند. یکی در هر شبانه روز N دقیقه جلو و دیگری M دقیقه عقب می‌ماند. پس از چند شبانه روز هر دو همان ساعت تنظیم شده را نشان خواهند داد.

$$۷۲۰ \div (M - N)$$

۱۲۲) مجموعه قضایای کاربردی هندسه

(۱) هر پاره خط دقیقاً یک وسط دارد .

(۲) اگر دو خط متمایز یکدیگر را قطع کنند ، اشتراکشان دقیقاً شامل یک نقطه است .

(۳) به ازای هر دو نقطه دقیقاً یک خط وجود دارد که شامل هر دوی آنهاست .

(۴) اندازه ی هر زاویه‌ی قائمه ۹۰ درجه است و هر زاویه‌ای که اندازه اش ۹۰ درجه باشد قائمه است .

(۵) اگر دو زاویه متمم باشند ، هر دو زاویه تند خواهند بود .

(۶) هر زاویه تنها یک نیم‌ساز دارد .

(۷) هر دو زاویه قائمه بر هم منطبق می‌باشند .

(۸) اگر دو زاویه مساوی و مکمل هم باشند ، هر کدام زاویه‌ی قائمه خواهند بود .

(۹) دو زاویه‌ای که مساوی می‌باشند، مکمل‌های آنها نیز مساوی می‌باشند.

(۱۰) دو زاویه‌ای که مساوی می‌باشند ، متمم‌های آنها نیز مساوی می‌باشند.

(۱۱) زاویه‌های متقابل به رأس ، با هم مساوی می‌باشند.

(۱۲) اگر دو ضلع یک مثلث با هم مساوی باشند ، دو زاویه‌ی روبه رو به این دو ضلع نیز با هم مساوی می‌شوند.

(۱۳) اگر دو زاویه‌ی یک مثلث با هم مساوی باشند ، دو ضلع رو به رو به این دو زاویه نیز با هم مساوی می‌شوند.

(۱۴) عمود منصف یک پاره خط ، در صفحه ، مجموعه ی تمام نقاطی از آن صفحه است که از دو سر آن پاره خط به یک فاصله اند .

(۱۵) از یک نقطه خارج یک خط ، حداقل یک خط می‌توان بر آن عمود کرد .

(۱۶) از یک نقطه خارج یک خط ، حداکثر یک خط می‌توان بر آن عمود کرد .

(۱۷) زاویه‌ی بیرونی مثلث از هر زاویه‌ی درونی غیر مجاورش بزرگ‌تر است .

(۱۸) اگر دو ضلع مثلثی با هم مساوی نباشند ، دو زاویه‌ی رو به رو به آن‌ها نیز با هم مساوی نیستند . زاویه‌ی بزرگ‌تر رو به روی ضلع بزرگ‌تر است .

(۱۹) کوتاه‌ترین پاره خطی که یک نقطه را به یک خط می‌پیوندد پاره خط عمود بر آن خط است.

(۲۰) مجموع طول‌های دو ضلع هر مثلث از طول ضلع سوم آن مثلث بزرگ‌تر است .

(۲۱) اگر دو ضلع مثلثی با دو ضلع یک مثلث دیگر با هم مساوی باشند و ضلع سوم مثلث اول از ضلع سوم مثلث دوم بزرگ‌تر باشد ، آن‌گاه زاویه‌ی رو به رو به این ضلع از مثلث اول از زاویه‌ی متناظر با آن از مثلث دوم بزرگ‌تر است

(۲۲) اگر دو ضلع مثلثی با دو ضلع یک مثلث دیگر با هم مساوی باشند و زاویه ی بین این دو ضلع از مثلث اول از زاویه‌ی بین دو ضلع از مثلث دوم بزرگ‌تر باشد ، آن‌گاه ضلع سوم مثلث اول از ضلع سوم مثلث دوم بزرگ‌تر است .

(۲۳) اگر خطی در نقطه ی برخورد دو خط متقاطع بر آن دو خط عمود باشد ، آن خط بر صفحه‌ی شامل آن دو خط عمود است .

(۲۴) صفحه‌ی عمود منصف یک پاره خط ، مجموعه‌ی تمام نقاطی است که از دو سر آن پاره خط به یک فاصله اند .

(۲۵) از یک نقطه یک و تنها یک خط می‌توان بر یک صفحه عمود کرد .

(۲۶) کوتاه ترین پاره خط بین یک نقطه‌ی خارج یک صفحه و آن صفحه ، پاره خط عمود است .

(۲۷) در یک صفحه دو خط متوازی‌اند، اگر هر دو بر یک خط عمود باشند .

(۲۸) در یک صفحه اگر دو خط با خط سومی موازی باشند ، با یکدیگر نیز موازی‌اند .

- (۲۹) در یک صفحه ، اگر خطی بر یکی از دو خط متوازی عمود باشد ، بر دیگری نیز عمود است .
- (۳۰) در هر مثلث مجموع اندازه‌های زاویه‌ها برابر 180° درجه است .
- (۳۱) هر قطر ، متوازی الاضلاع را به دو مثلث معادل و مساوی تقسیم می‌کند .
- (۳۲) در هر متوازی الاضلاع ، اضلاع مقابل با هم مساویند .
- (۳۳) در هر متوازی الاضلاع، زاویه‌های مقابل با هم مساویند .
- (۳۴) در هر متوازی الاضلاع، زاویه‌های مجاور مکملند .
- (۳۵) قطرهای متوازی الاضلاع یکدیگر را نصف می‌کنند .
- (۳۶) اگر در یک چهار ضلعی هر دو ضلع مقابل با هم مساوی باشند ، آن چهار ضلعی متوازی الاضلاع است .
- (۳۷) اگر دو ضلع یک چهار ضلعی متوازی و مساوی باشند ، آن چهار ضلعی متوازی الاضلاع است .
- (۳۸) اگر دو قطر یک چهار ضلعی یکدیگر را نصف کنند ، آن چهار ضلعی متوازی الاضلاع است .
- (۳۹) پاره خطی که وسط‌های دو ضلع مثلثی را به هم وصل می‌کند موازی با ضلع سوم مثلث و مساوی با نصف آن است .
- (۴۰) اگر متوازی الاضلاعی یک زاویه‌ی قائمه داشته باشد ، آن گاه چهار زاویه‌ی قائمه دارد . آن متوازی الاضلاع مستطیل است .
- (۴۱) قطرهای لوزی بر هم عمودند .
- (۴۲) اگر قطرهای یک چهارضلعی یکدیگر را نصف کنند و بر هم عمود باشند ، آن چهار ضلعی لوزی است .
- (۴۳) در مثلث قائم الزاویه ، طول میانه‌ی وارد بر وتر نصف طول وتر است .
- (۴۴) اگر اندازه‌ی یک زاویه‌ی تند مثلث قائم الزاویه‌ای 30° درجه باشد ، طول ضلع مقابل به این زاویه نصف طول وتر است .
- (۴۵) اگر طول یک ضلع مثلث قائم الزاویه‌ای نصف طول وتر باشد ، اندازه‌ی زاویه‌ی رو به رو به آن 30° درجه خواهد بود .
- (۴۶) اگر یک صفحه دو صفحه‌ی متوازی را قطع کند ، دو خط حاصل متوازی‌اند .
- (۴۷) مساحت مستطیل برابر است با حاصل ضرب قاعده در ارتفاع (طول \times عرض)
- (۴۸) مساحت مثلث قائم الزاویه برابر با نصف حاصل ضرب دوساق آن است .
- (۴۹) مساحت مثلث برابر است با نصف حاصل ضرب هر قاعده در ارتفاع وارد بر آن قاعده .
- (۵۰) مساحت دوزنقه برابر است با نصف حاصل ضرب ارتفاع آن در مجموع دو قاعده اش .
- (۵۱) مساحت متوازی الاضلاع برابر است با حاصل ضرب یکی از قاعده‌ها در ارتفاع وارد بر آن قاعده
- (۵۲) اگر ارتفاع دو مثلث برابر باشند ، نسبت مساحت هایشان با نسبت قاعده‌هایشان برابر است
- (۵۳) در مثلث قائم الزاویه مجذور وتر برابر است با مجموع مجذورهای دو ساق
- (۵۴) اگر مجذور یک ضلع مثلثی با مجموع مجذورهای دو ضلع دیگر آن مثلث برابر باشد ، آن مثلث قائم الزاویه و زاویه‌ی قائمه‌اش روبه رو به ضلع بزرگ‌تر آن است .
- (۵۵) اگر یک خط دو ضلع مثلثی را قطع کند ، و روی دو ضلع پاره خط‌هایی متناسب با این دو ضلع جدا کند ، آن خط با ضلع سوم مثلث موازی است .
- (۵۶) در هر مثلث قائم الزاویه ، ارتفاع وارد بر وتر مثلث را به دو مثلث تقسیم می‌کند، که با هم و با مثلث اصلی متشابهند .
- (۵۷) خطی که در انتهای یک شعاع بر آن عمود باشد ، بر دایره مماس است .
- (۵۸) هر مماس بر دایره بر شعاعی که نقطه‌ی تماس را شامل می‌شود عمود است .
- (۵۹) خطی که از مرکز دایره بر یک وتر عمود می‌شود ، آن وتر را نصف می‌کند .
- (۶۰) پاره خطی که از مرکز دایره و وسط وتری غیر از قطر می‌گذرد ، بر آن وتر عمود است .

- (۶۱) در صفحه‌ی هر دایره ، عمود منصف هر وتر از مرکز آن دایره می‌گذرد .
- (۶۲) زاویه‌ای که رأس آن روی محیط دایره باشد زاویه‌ی محاطی نامند .اندازه‌ی زاویه‌ی محاطی نصف اندازه‌ی کمانی است که رو به رو به آن است .
- (۶۳) زاویه‌ی مرکزی دایره ، زاویه‌ای است که رأس آن مرکز دایره باشد .
- (۶۴) اندازه‌ی زاویه‌ای که رأس آن روی دایره و اضلاع آن نیم خط‌های مماس و قاطع هستند ، نصف اندازه‌ی کمان روبه رو به آن است .
- (۶۵) عمود منصف‌های سه ضلع هر مثلث هم‌رسند . نقطه‌ی هم‌رسی از سه رأس مثلث به یک فاصله است .
- (۶۶) سه نیم‌ساز هر مثلث هم‌رسند . نقطه‌ی هم‌رسی از سه ضلع مثلث به یک فاصله است .
- (۶۷) میانه‌های هر مثلث هم‌رسند . فاصله‌ی نقطه‌ی هم‌رسی تا هر رأس دو سوم طول میانه‌ی آن رأس است .
- (۶۸) نسبت محیط به قطر در تمام دایره‌ها یکسان است .
- (۶۹) در تقارن نسبت به خط ، فاصله حفظ می‌شود .
- (۷۰) هیچ یک از نیم‌سازهای زوایای مثلث مختلف الاضلاع نمی‌تواند بر ضلع مقابلش عمود باشد .
- (۷۱) اگر هر نیم‌ساز زاویه‌ی مثلثی بر ضلع مقابلش عمود باشد ، آن مثلث متساوی الاضلاع است .
- (۷۲) هیچ مثلثی دو زاویه‌ی قائمه ندارد .
- (۷۳) ارتفاع‌های وارد بر دو ساق مساوی با هم مثلث متساوی الساقین ، با هم مساویند .
- (۷۴) محیط هر مثلث از مجموع سه ارتفاع آن مثلث بزرگ‌تر است .
- (۷۵) محیط هر چهار ضلعی از مجموع طول‌های دو قطر آن بزرگ‌تر است .
- (۷۶) ارتفاع وارد بر قاعده‌ی مثلث متساوی الساقین ، میانه‌ی وارد بر قاعده هم هست .
- (۷۷) هر نقطه‌ی واقع بر نیم‌ساز یک زاویه از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است .

پیاموز | Biamoz.com

بزرگترین مرجع آموزشی و نمونه سوالات درسی تمامی مقاطع

شامل انواع | نمونه سوالات | فصل به فصل | پایان ترم | جزوه |

ویدئوهای آموزشی | گام به گام | طرح درس | طرح جابر | و ...

اینستاگرام

گروه تلگرام

کانال تلگرام

برای ورود به هر پایه در سایت ما روی اسم آن کلیک کنید

دبستان

اول	دوم	سوم	چهارم	پنجم	ششم
-----	-----	-----	-------	------	-----

متوسطه اول

هفتم	هشتم	نهم
------	------	-----

متوسطه دوم

دهم	یازدهم	دوازدهم
-----	--------	---------